

Instytut Matematyczny

Uniwersytet Wrocławski

Zakres egzaminu magisterskiego dla specjalności

Analiza danych

Wybrane rozdziały analizy i topologii 1 i 2

Pojęcia, fakty: Definicje i pojęcia: metryka, iloczyn skalarny, norma supremum, norma całkowita, zbiór otwarty, domknięty, ograniczony, zwarty, średnica zbioru, zbieżność punktowa i jednostajna ciągu funkcyjnego, zbieżność w metryce całkowitej, odległość punktu od zbioru, ciągłość funkcji, aproksymacja funkcji ciągłych wielomianami, twierdzenie Stone'a-Weierstrassa, szeregi potęgowe, promień zbieżności szeregu, obszar zbieżności, twierdzenie Cauchy'ego-Riemanna, całka krzywoliniowa, funkcje holomorficzne, funkcje całkowite, wzór całkowy Cauchy'ego, residuum, osobliwość pozorna, biegun, osobliwość istotna, funkcja skończenie addytywna, miara Lebesgue'a, zbiory miary zero, całka Lebesgue'a.

Rachunek prawdopodobieństwa:

Pojęcia, fakty: Przestrzeń probabilistyczna, niezależne zmienne (wektory) losowe, rozkład zmiennej i wektora losowego, gęstość rozkładu, lemat Borela-Cantelliego, typy zbieżności zmiennych losowych, (zbieżność prawie na pewno, zbieżność według prawdopodobieństwa, zbieżność w L^p , zbieżność według rozkładu), twierdzenie o zbieżności szeregów p.n., funkcje charakterystyczne, prawa wielkich liczb (mocne i słabe), funkcje charakterystyczne, twierdzenia graniczne (centralne twierdzenie graniczne i twierdzenie Poissona), charakterystyki podstawowych rozkładów (jednostajny, Poissona, normalny (jedno i wielowymiarowy), gamma, Cauchy'ego).

Statystyka matematyczna

Pojęcia, fakty: rozkłady prawdopodobieństwa i ich charakterystyki, wektory losowe (dystrybuanty i gęstości wielowymiarowe, macierz kowariancji, korelacja, wielowymiarowy rozkład normalny), przestrzeń statystyczna, modele parametryczne i nieparametryczne, statystyk i ich rozkłady, dystrybuanta empiryczna, charakterystyki próbkowe, statystyki pozycyjne, rozkłady asymptotyczne statystyk.

Estymacja: estymatory punktowa i metody konstrukcji estymatorów, metoda momentów, metoda największej wiarygodności, estymacja metodą najmniejszych kwadratów, metody oceny estymatorów, estymatory nieobciążone, błąd

średniokwadratowy, własności asymptotyczne estymatorów: zgodność, asymptotyczna normalność.

Estymacja przedziałowa: przedziały ufności dla parametrów rozkładu normalnego, przedziały ufności dla oszacowania prawdopodobieństwa zdarzenia.

Testowanie hipotez statystycznych: hipoteza prosta i złożona, obszar krytyczny, błąd I i II rodzaju, rozmiar testu, poziom istotności testu, lemat Neymana-Pearsona, testy ilorazu wiarygodności, test dla wartości średniej w populacji o rozkładzie normalnym, testowanie hipotez dotyczących wariancji w rozkładzie normalnym, problem dwóch prób, testy zgodności, jednorodności i niezależności, testy nieparametryczne.

Podstawowe testy statystyczne (test Studenta, testy Wilcoxona, testy chi-kwadrat, analiza wariancji).

Regresja: regresja liniowa i metoda najmniejszych kwadratów, regresja liniowa wieloraka (estymatory parametrów, ich rozkłady, podstawowe testy statystyczne, przedziały ufności i przedziały predykcyjne), regresja logistyczna. Współczynnik korelacji i testowanie jego istotności.

Analiza szerokich zbiorów danych

Pojęcia, fakty: testowanie hipotezy globalnej i wielokrotne testowanie, granice detektowalności, estymator Jamesa-Steina, nieobciążony estymator ryzyka Steina, dopasowanie modelu regresji liniowej gdy liczba zmiennych jest większa niż liczba obserwacji (regresja grzbietowa, LASSO, kryteria informacyjne).