1. Podać wartość granicy.

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{n}{k^2+n^2}=$ .... **b)** $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{4n}\frac{n}{k^2+16n^2}=$ ....

c) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{6n}\frac{n}{k^2+36n^2}=$ .... **d)** $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{10n}\frac{n}{k^2+100n^2}=$ ....

2. Podać zbiór wszystkich wartości **rzeczywistych dodatnich** parametru p, dla których podana całka niewłaściwa jest zbieżna.

a) $\int\limits_0^\infty \frac{\sqrt{x^{2p}+x^p}}{\sqrt{x^{32}+x^{10}}}\,dx,$ .... **b)** $\int\limits_0^\infty \frac{\sqrt{x^{2p}+x^p}}{\sqrt{x^{26}+x^{9}}}\,dx,$ ....

c) $\int\limits_0^\infty \frac{\sqrt{x^{2p}+x^p}}{\sqrt{x^{20}+x^{8}}}\,dx,$ .... **d)** $\int\limits_0^\infty \frac{\sqrt{x^{2p}+x^p}}{\sqrt{x^{14}+x^{7}}}\,dx,$ ....

3. Podać promień zbieżności szeregu potęgowego.

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\binom{2n}{n}\cdot n!\cdot x^{2n}}{n^n},$ $R=$ .... **b)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\binom{2n}{n}\cdot n!\cdot x^{n}}{n^n},$ $R=$ ....

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\binom{4n}{n}\cdot n!\cdot x^{n}}{n^n},$ $R=$ .... **d)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\binom{3n}{n}\cdot n!\cdot x^{n}}{n^n},$ $R=$ ....

4. Podać kres górny zbioru.

a) $\sup\left\{\frac{1}{x^{20}+10x^{10}+57} : x\in\mathbb{R}\right\} =$ ....

b) $\sup\left\{\frac{1}{x^{6}+10x^{3}+27} : x\in\mathbb{R}\right\} =$ ....

c) $\sup\left\{\frac{1}{x^{8}+10x^{4}+37} : x\in\mathbb{R}\right\} =$ ....

d) $\sup\left\{\frac{1}{x^{12}-10x^{6}+47} : x\in\mathbb{R}\right\} =$ ....

5. Podać kres dolny zbioru.

a) $\inf\left\{x^2+y^2+2x+4y : x,y\in\mathbb{R}\right\} =$ ....

b) $\inf\left\{x^2+y^2+2x+6y : x,y\in\mathbb{R}\right\} =$ ....

c) $\inf\left\{x^2+y^2+4x+6y : x,y\in\mathbb{R}\right\} =$ ....

d) $\inf\left\{x^2+y^2+2x+10y : x,y\in\mathbb{R}\right\} =$ ....

6. Podać liczbę rozwiązań danego równania w liczbach zespolonych z.

a) $\overline{z}^{\,7}=z^{19}$, ... **b)** $\overline{z}^{\,5}=z^{17}$, ...

c) $\overline{z}^{\,2}=z^{11}$, ... **d)** $\overline{z}^{\,3}=z^{13}$, ...

7. Dla podanej jednej z liczb a, b i c wskazać pozostałe liczby tak, aby wektor (a,b,c) był prostopadły do wektorów $(1,1,1)$ i $(1,2,3)$.

a) $a=1$, $b=$ .... , $c=$ ....

b) $b=4$, $a=$ .... , $c=$ ....

c) $c=3$, $a=$ .... , $b=$ ....

d) $b=2$, $a=$ .... , $c=$ ....

8. Dla podanej macierzy wskazać takie wartości parametrów p i q, aby rząd macierzy był równy 2.

a) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 & 7 \\ 11 & 13 & 17 & 19 \\ 13 & 16 & p & q \end{pmatrix}$, $p=$ .... , $q=$ ....

b) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 & 7 \\ 11 & 13 & 17 & 19 \\ 10 & 15 & p & q \end{pmatrix}$, $p=$ .... , $q=$ ....

c) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 11 & 13 & 17 & 19 \\ 21 & 24 & p & q \end{pmatrix}$, $p=$ .... , $q=$ ....

d) $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 9 & 16 \\ 1 & 8 & 27 & 64 \\ 1 & 6 & p & q \end{pmatrix}$, $p=$ .... , $q=$ ....

9. Zbiorem elementów grupy jest przedział $(1,\infty)$, a działanie grupowe "$\circ$" jest określone wzorem $a\circ b=a^{\log_4 b}$. Dla podanego elementu g tej grupy podać element do niego odwrotny.

a) $g=16$, $g^{-1}=$ .... **b)** $g=4$, $g^{-1}=$ ....

c) $g=2$, $g^{-1}=$ .... **d)** $g=8$, $g^{-1}=$ ....

10. Niech $C(n, m)$ będzie liczbą ideałów w pierścieniu $\mathbb{Z}$ zawierających liczbę n i niezawierających liczby m. Wówczas

a) $C(64, 48) =$ .... **b)** $C(64, 6) =$ ....

c) $C(64, 2) =$ .... **d)** $C(64, 3) =$ ....

11. Rzucamy trzy razy kostką do gry, która na ściankach ma 1, 2, 3, 4, 5, 7 oczek – zamiast szóstki jest siódemka. Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że suma liczb oczek wyrzuconych w poszczególnych rzutach jest równa n. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(17) =$ .... **b)** $P(21) =$ ....

c) $P(19) =$ .... **d)** $P(18) =$ ....

12. W urnie znajduje się b kul białych i c kul czarnych. Losujemy z urny dwie kule (losowanie bez zwracania). Niech $P(b, c)$ będzie prawdopodobieństwem, że wylosowane kule mają różne kolory. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(3, 3) =$ .... **b)** $P(3, 4) =$ ....

c) $P(4, 4) =$ .... **d)** $P(2, 3) =$ ....