1. Niech $C(a,b)=\int\limits_a^b \Big||x|-2\Big|\,dx$. Wówczas

a) $C(-3,3)=$ .... **b)** $C(-5,3)=$ ....

c) $C(-3,7)=$ .... **d)** $C(-5,7)=$ ....

2. Podaj wartość całki oznaczonej.

a) $\int\limits_1^4 \frac{x^2\,dx}{x^3+6}=$ .... **b)** $\int\limits_2^4 \frac{x^2\,dx}{x^3+6}=$ ....

c) $\int\limits_1^2 \frac{x^2\,dx}{x^3+6}=$ .... **d)** $\int\limits_1^3 \frac{x^2\,dx}{x^3+1}=$ ....

3. Niech $P(n,k)$ będzie polem figury $\left\{(x,y):\ x\in[0,1]\wedge x^n\leqslant y\leqslant \sqrt[k]{x}\right\}$. Wówczas

a) $P(3,3)=$ .... **b)** $P(2,2)=$ ....

c) $P(9,4)=$ .... **d)** $P(4,9)=$ ....

4. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{29n}\frac{1}{n+k}=$ .... **b)** $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{20n}\frac{1}{n+4k}=$ ....

c) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{21n}\frac{1}{n+3k}=$ .... **d)** $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{24n}\frac{1}{n+2k}=$ ....

5. Podaj w możliwe prostej postaci takie wyrażenia A, B, C, D, aby dla każdej funkcji ciągłej $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ zachodziła podana równość.

a) $$\int_0^2 \int_{x^2}^{2x} f(x,y)\,dy\,dx = \int_A^B \int_C^D f(x,y)\,dx\,dy$$

$A=$ .... $B=$ .... $C=$ .... $D=$ ....

b) $$\int_0^2 \int_{x^3}^{4x} f(x,y)\,dy\,dx = \int_A^B \int_C^D f(x,y)\,dx\,dy$$

$A=$ .... $B=$ .... $C=$ .... $D=$ ....

c) $$\int_{-2}^0 \int_{x^2}^{-2x} f(x,y)\,dy\,dx = \int_A^B \int_C^D f(x,y)\,dx\,dy$$

$A=$ .... $B=$ .... $C=$ .... $D=$ ....

d) $$\int_{-2}^0 \int_{4x}^{x^3} f(x,y)\,dy\,dx = \int_A^B \int_C^D f(x,y)\,dx\,dy$$

$A=$ .... $B=$ .... $C=$ .... $D=$ ....

6. Niech $z=\sqrt{3}+i$. Zapisz w postaci kartezjańskiej:

a) $z^{369}=$ .... **b)** $z^{123}=$ ....

c) $z^{30}=$ .... **d)** $z^{60}=$ ....

7. Niech $P(a,b)$ będzie polem trójkąta o wierzchołkach (a,b), (b,a) i $(0,0)$. Wówczas

a) $P(1,2)=$ .... **b)** $P(1,3)=$ ....

c) $P(2,5)=$ .... **d)** $P(3,4)=$ ....

8. Niech

$$A_p = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & 7 \\ 1 & 4 & 9 & 16 \\ 1 & 2 & 4 & p \end{pmatrix}.$$

Wiedząc, że macierz A_p ma 4 różne rzeczywiste wartości własne, podaj sumę tych wartości własnych.

a) $p=20$, ... **b)** $p=17$, ...

c) $p=15$, ... **d)** $p=12$, ...

9. Zbiorem elementów grupy jest zbiór liczb rzeczywistych, a działanie grupowe "$\circ$" jest określone wzorem $x\circ y=x+y+5$. Dla podanego elementu g tej grupy podaj element do niego odwrotny.

a) $g=2024$, $g^{-1}=$ .... **b)** $g=1$, $g^{-1}=$ ....

c) $g=0$, $g^{-1}=$ .... **d)** $g=5$, $g^{-1}=$ ....

10. Niech $C(m,n)$ będzie liczbą ideałów w pierścieniu $\mathbb{Z}$ zawierających liczby m i n. Wówczas

a) $C(6000,9000) =$ .... **b)** $C(2000,5000) =$ ....

c) $C(200,500) =$ .... **d)** $C(600,900) =$ ....

11. W urnie znajduje się n kul: dwie kule białe i $n-2$ kule czarne. Losujemy z urny trzy kule (losowanie bez zwracania). Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że wylosowano dwie kule białe i jedną czarną. Podaj w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(10) =$ .... **b)** $P(6) =$ ....

c) $P(7) =$ .... **d)** $P(9) =$ ....

12. Rzucamy trzy razy kostką do gry. Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że iloczyn liczb oczek wyrzuconych w poszczególnych rzutach jest równy n. Podaj w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(16) =$ .... **b)** $P(24) =$ ....

c) $P(36) =$ .... **d)** $P(8) =$ ....