1. Niech $C(a,b)=\int\limits_a^b \Big||x|-2\Big|\,dx$. Wówczas

a) $C(-3,3)=\mathbf{5}$

b) $C(-5,3)=\mathbf{9}$

c) $C(-3,7)=\mathbf{17}$

d) $C(-5,7)=\mathbf{21}$

2. Podaj wartość całki oznaczonej.

a) $\int\limits_1^4 \frac{x^2\,dx}{x^3+6}=\frac{\mathbf{ln\,10}}{\mathbf{3}}$

b) $\int\limits_2^4 \frac{x^2\,dx}{x^3+6}=\frac{\mathbf{ln\,5}}{\mathbf{3}}$

c) $\int\limits_1^2 \frac{x^2\,dx}{x^3+6}=\frac{\mathbf{ln\,2}}{\mathbf{3}}$

d) $\int\limits_1^3 \frac{x^2\,dx}{x^3+1}=\frac{\mathbf{ln\,14}}{\mathbf{3}}$

3. Niech $P(n,k)$ będzie polem figury $\left\{(x,y):\ x\in[0,1]\wedge x^n\leqslant y\leqslant \sqrt[k]{x}\right\}$. Wówczas

a) $P(3,3)=\mathbf{1/2}$

b) $P(2,2)=\mathbf{1/3}$

c) $P(9,4)=\mathbf{7/10}$

d) $P(4,9)=\mathbf{7/10}$

4. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{29n}\frac{1}{n+k}=\mathbf{ln\,30}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{20n}\frac{1}{n+4k}=\mathbf{ln\,3}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{21n}\frac{1}{n+3k}=\mathbf{ln\,4=2\cdot ln\,2}$

d) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{24n}\frac{1}{n+2k}=\mathbf{ln\,7}$

5. Podaj w możliwe prostej postaci takie wyrażenia A, B, C, D, aby dla każdej funkcji ciągłej $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ zachodziła podana równość.

a) $$\int\limits_0^2 \int\limits_{x^2}^{2x} f(x,y)\,dy\,dx = \int\limits_A^B \int\limits_C^D f(x,y)\,dx\,dy$$

$A=\mathbf{0}$ $B=\mathbf{4}$ $C=\mathbf{y/2}$ $D=\sqrt{\mathbf{y}}$

b) $$\int\limits_0^2 \int\limits_{x^3}^{4x} f(x,y)\,dy\,dx = \int\limits_A^B \int\limits_C^D f(x,y)\,dx\,dy$$

$A=\mathbf{0}$ $B=\mathbf{8}$ $C=\mathbf{y/4}$ $D=\sqrt[3]{\boldsymbol{y}}$

c) $$\int\limits_{-2}^0 \int\limits_{x^2}^{-2x} f(x,y)\,dy\,dx = \int\limits_A^B \int\limits_C^D f(x,y)\,dx\,dy$$

$A=\mathbf{0}$ $B=\mathbf{4}$ $C=-\sqrt{\mathbf{y}}$ $D=\mathbf{-y/2}$

d) $$\int\limits_{-2}^0 \int\limits_{4x}^{x^3} f(x,y)\,dy\,dx = \int\limits_A^B \int\limits_C^D f(x,y)\,dx\,dy$$

$A=\mathbf{-8}$ $B=\mathbf{0}$ $C=\sqrt[3]{\boldsymbol{y}}$ $D=\mathbf{y/4}$

6. Niech $z=\sqrt{3}+i$. Zapisz w postaci kartezjańskiej:

a) $z^{369}=\mathbf{-2^{369}\cdot i}$ **b)** $z^{123}=\mathbf{2^{123}\cdot i}$

c) $z^{30}=\mathbf{-2^{30}}$ **d)** $z^{60}=\mathbf{2^{60}}$

7. Niech $P(a, b)$ będzie polem trójkąta o wierzchołkach (a, b), (b, a) i $(0, 0)$. Wówczas

a) $P(1, 2) = \mathbf{3/2}$

b) $P(1, 3) = \mathbf{4}$

c) $P(2, 5) = \mathbf{21/2}$

d) $P(3, 4) = \mathbf{7/2}$

8. Niech

$$A_p = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & 7 \\ 1 & 4 & 9 & 16 \\ 1 & 2 & 4 & p \end{pmatrix}.$$

Wiedząc, że macierz A_p ma 4 różne rzeczywiste wartości własne, podaj sumę tych wartości własnych.

a) $p = 20$, **33**

b) $p = 17$, **30**

c) $p = 15$, **28**

d) $p = 12$, **25**

9. Zbiorem elementów grupy jest zbiór liczb rzeczywistych, a działanie grupowe "$\circ$" jest określone wzorem $x \circ y = x + y + 5$. Dla podanego elementu g tej grupy podaj element do niego odwrotny.

a) $g = 2024$, $g^{-1} = \mathbf{-2034}$

b) $g = 1$, $g^{-1} = \mathbf{-11}$

c) $g = 0$, $g^{-1} = \mathbf{-10}$

d) $g = 5$, $g^{-1} = \mathbf{-15}$

10. Niech $C(m, n)$ będzie liczbą ideałów w pierścieniu $\mathbb{Z}$ zawierających liczby m i n. Wówczas

a) $C(6000, 9000) = \mathbf{32}$

b) $C(2000, 5000) = \mathbf{16}$

c) $C(200, 500) = \mathbf{9}$

d) $C(600, 900) = \mathbf{18}$

11. W urnie znajduje się n kul: dwie kule białe i $n-2$ kule czarne. Losujemy z urny trzy kule (losowanie bez zwracania). Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że wylosowano dwie kule białe i jedną czarną. Podaj w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(10) = \mathbf{1/15}$

b) $P(6) = \mathbf{1/5}$

c) $P(7) = \mathbf{1/7}$

d) $P(9) = \mathbf{1/12}$

12. Rzucamy trzy razy kostką do gry. Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że iloczyn liczb oczek wyrzuconych w poszczególnych rzutach jest równy n. Podaj w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(16) = \mathbf{1/36}$

b) $P(24) = \mathbf{5/72}$

c) $P(36) = \mathbf{1/18}$

d) $P(8) = \mathbf{7/216}$

1. Niech $C(a,b)=\int\limits_a^b \Big||x|-2\Big|\,dx$. Wówczas

a) $C(-3,7)=\mathbf{17}$

b) $C(-5,3)=\mathbf{9}$

c) $C(-3,3)=\mathbf{5}$

d) $C(-5,7)=\mathbf{21}$

2. Podaj wartość całki oznaczonej.

a) $\int\limits_1^3 \frac{x^2\,dx}{x^3+1}=\frac{\mathbf{ln\,14}}{\mathbf{3}}$

b) $\int\limits_1^2 \frac{x^2\,dx}{x^3+6}=\frac{\mathbf{ln\,2}}{\mathbf{3}}$

c) $\int\limits_1^4 \frac{x^2\,dx}{x^3+6}=\frac{\mathbf{ln\,10}}{\mathbf{3}}$

d) $\int\limits_2^4 \frac{x^2\,dx}{x^3+6}=\frac{\mathbf{ln\,5}}{\mathbf{3}}$

3. Niech $P(n,k)$ będzie polem figury $\Big\{(x,y):\ x\in[0,1]\wedge x^n\leqslant y\leqslant \sqrt[k]{x}\Big\}$. Wówczas

a) $P(9,4)=\mathbf{7/10}$

b) $P(3,3)=\mathbf{1/2}$

c) $P(2,2)=\mathbf{1/3}$

d) $P(4,9)=\mathbf{7/10}$

4. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{29n}\frac{1}{n+k}=\mathbf{ln\,30}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{24n}\frac{1}{n+2k}=\mathbf{ln\,7}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{21n}\frac{1}{n+3k}=\mathbf{ln\,4=2\cdot ln\,2}$

d) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{20n}\frac{1}{n+4k}=\mathbf{ln\,3}$

5. Podaj w możliwe prostej postaci takie wyrażenia A, B, C, D, aby dla każdej funkcji ciągłej $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ zachodziła podana równość.

a) $\int\limits_{-2}^{0}\int\limits_{4x}^{x^3} f(x,y)\,dy\,dx = \int\limits_{A}^{B}\int\limits_{C}^{D} f(x,y)\,dx\,dy$

$A=\mathbf{-8}$ $B=\mathbf{0}$ $C=\sqrt[3]{y}$ $D=\mathbf{y/4}$

b) $\int\limits_{0}^{2}\int\limits_{x^3}^{4x} f(x,y)\,dy\,dx = \int\limits_{A}^{B}\int\limits_{C}^{D} f(x,y)\,dx\,dy$

$A=\mathbf{0}$ $B=\mathbf{8}$ $C=\mathbf{y/4}$ $D=\sqrt[3]{y}$

c) $\int\limits_{-2}^{0}\int\limits_{x^2}^{-2x} f(x,y)\,dy\,dx = \int\limits_{A}^{B}\int\limits_{C}^{D} f(x,y)\,dx\,dy$

$A=\mathbf{0}$ $B=\mathbf{4}$ $C=-\sqrt{\mathbf{y}}$ $D=\mathbf{-y/2}$

d) $\int\limits_{0}^{2}\int\limits_{x^2}^{2x} f(x,y)\,dy\,dx = \int\limits_{A}^{B}\int\limits_{C}^{D} f(x,y)\,dx\,dy$

$A=\mathbf{0}$ $B=\mathbf{4}$ $C=\mathbf{y/2}$ $D=\sqrt{\mathbf{y}}$

6. Niech $z=\sqrt{3}+i$. Zapisz w postaci kartezjańskiej:

a) $z^{123}=\mathbf{2^{123}\cdot i}$ **b)** $z^{60}=\mathbf{2^{60}}$

c) $z^{369}=\mathbf{-2^{369}\cdot i}$ **d)** $z^{30}=\mathbf{-2^{30}}$

7. Niech $P(a,b)$ będzie polem trójkąta o wierzchołkach (a,b), (b,a) i $(0,0)$. Wówczas

a) $P(1,2) = \mathbf{3/2}$ **b)** $P(1,3) = \mathbf{4}$

c) $P(3,4) = \mathbf{7/2}$ **d)** $P(2,5) = \mathbf{21/2}$

8. Niech

$$A_p = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & 7 \\ 1 & 4 & 9 & 16 \\ 1 & 2 & 4 & p \end{pmatrix}.$$

Wiedząc, że macierz A_p ma 4 różne rzeczywiste wartości własne, podaj sumę tych wartości własnych.

a) $p = 12$, **25** **b)** $p = 17$, **30**

c) $p = 15$, **28** **d)** $p = 20$, **33**

9. Zbiorem elementów grupy jest zbiór liczb rzeczywistych, a działanie grupowe "$\circ$" jest określone wzorem $x \circ y = x + y + 5$. Dla podanego elementu g tej grupy podaj element do niego odwrotny.

a) $g = 1$, $g^{-1} = \mathbf{-11}$ **b)** $g = 5$, $g^{-1} = \mathbf{-15}$

c) $g = 0$, $g^{-1} = \mathbf{-10}$ **d)** $g = 2024$, $g^{-1} = \mathbf{-2034}$

10. Niech $C(m,n)$ będzie liczbą ideałów w pierścieniu $\mathbb{Z}$ zawierających liczby m i n. Wówczas

a) $C(600,900)=\mathbf{18}$ **b)** $C(6000,9000)=\mathbf{32}$

c) $C(2000,5000)=\mathbf{16}$ **d)** $C(200,500)=\mathbf{9}$

11. W urnie znajduje się n kul: dwie kule białe i $n-2$ kule czarne. Losujemy z urny trzy kule (losowanie bez zwracania). Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że wylosowano dwie kule białe i jedną czarną. Podaj w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(9)=\mathbf{1/12}$ **b)** $P(10)=\mathbf{1/15}$

c) $P(7)=\mathbf{1/7}$ **d)** $P(6)=\mathbf{1/5}$

12. Rzucamy trzy razy kostką do gry. Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że iloczyn liczb oczek wyrzuconych w poszczególnych rzutach jest równy n. Podaj w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(16)=\mathbf{1/36}$ **b)** $P(24)=\mathbf{5/72}$

c) $P(8)=\mathbf{7/216}$ **d)** $P(36)=\mathbf{1/18}$

1. Niech $C(a,b)=\int\limits_a^b \Big||x|-2\Big|\,dx$. Wówczas

a) $C(-3,7)=\mathbf{17}$

b) $C(-3,3)=\mathbf{5}$

c) $C(-5,7)=\mathbf{21}$

d) $C(-5,3)=\mathbf{9}$

2. Podaj wartość całki oznaczonej.

a) $\int\limits_1^4 \frac{x^2\,dx}{x^3+6}=\frac{\mathbf{ln\,10}}{\mathbf{3}}$

b) $\int\limits_1^2 \frac{x^2\,dx}{x^3+6}=\frac{\mathbf{ln\,2}}{\mathbf{3}}$

c) $\int\limits_1^3 \frac{x^2\,dx}{x^3+1}=\frac{\mathbf{ln\,14}}{\mathbf{3}}$

d) $\int\limits_2^4 \frac{x^2\,dx}{x^3+6}=\frac{\mathbf{ln\,5}}{\mathbf{3}}$

3. Niech $P(n,k)$ będzie polem figury $\Big\{(x,y):\ x\in[0,1]\wedge x^n\leqslant y\leqslant \sqrt[k]{x}\Big\}$. Wówczas

a) $P(2,2)=\mathbf{1/3}$

b) $P(3,3)=\mathbf{1/2}$

c) $P(9,4)=\mathbf{7/10}$

d) $P(4,9)=\mathbf{7/10}$

4. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{29n}\frac{1}{n+k}=\mathbf{ln\,30}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{21n}\frac{1}{n+3k}=\mathbf{ln\,4=2\cdot ln\,2}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{24n}\frac{1}{n+2k}=\mathbf{ln\,7}$

d) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{20n}\frac{1}{n+4k}=\mathbf{ln\,3}$

5. Podaj w możliwe prostej postaci takie wyrażenia A, B, C, D, aby dla każdej funkcji ciągłej $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ zachodziła podana równość.

a) $\int\limits_{-2}^{0}\int\limits_{x^2}^{-2x} f(x,y)\,dy\,dx=\int\limits_{A}^{B}\int\limits_{C}^{D} f(x,y)\,dx\,dy$

$A=\mathbf{0}$ $B=\mathbf{4}$ $C=\mathbf{-\sqrt{y}}$ $D=\mathbf{-y/2}$

b) $\int\limits_{0}^{2}\int\limits_{x^2}^{2x} f(x,y)\,dy\,dx=\int\limits_{A}^{B}\int\limits_{C}^{D} f(x,y)\,dx\,dy$

$A=\mathbf{0}$ $B=\mathbf{4}$ $C=\mathbf{y/2}$ $D=\mathbf{\sqrt{y}}$

c) $\int\limits_{-2}^{0}\int\limits_{4x}^{x^3} f(x,y)\,dy\,dx=\int\limits_{A}^{B}\int\limits_{C}^{D} f(x,y)\,dx\,dy$

$A=\mathbf{-8}$ $B=\mathbf{0}$ $C=\mathbf{\sqrt[3]{y}}$ $D=\mathbf{y/4}$

d) $\int\limits_{0}^{2}\int\limits_{x^3}^{4x} f(x,y)\,dy\,dx=\int\limits_{A}^{B}\int\limits_{C}^{D} f(x,y)\,dx\,dy$

$A=\mathbf{0}$ $B=\mathbf{8}$ $C=\mathbf{y/4}$ $D=\mathbf{\sqrt[3]{y}}$

6. Niech $z=\sqrt{3}+i$. Zapisz w postaci kartezjańskiej:

a) $z^{123}=\mathbf{2^{123}\cdot i}$ **b)** $z^{60}=\mathbf{2^{60}}$

c) $z^{369}=\mathbf{-2^{369}\cdot i}$ **d)** $z^{30}=\mathbf{-2^{30}}$

7. Niech $P(a,b)$ będzie polem trójkąta o wierzchołkach (a,b), (b,a) i $(0,0)$. Wówczas

a) $P(1,3) = \mathbf{4}$ **b)** $P(3,4) = \mathbf{7/2}$

c) $P(1,2) = \mathbf{3/2}$ **d)** $P(2,5) = \mathbf{21/2}$

8. Niech

$$A_p = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & 7 \\ 1 & 4 & 9 & 16 \\ 1 & 2 & 4 & p \end{pmatrix}.$$

Wiedząc, że macierz A_p ma 4 różne rzeczywiste wartości własne, podaj sumę tych wartości własnych.

a) $p = 20$, **33** **b)** $p = 17$, **30**

c) $p = 15$, **28** **d)** $p = 12$, **25**

9. Zbiorem elementów grupy jest zbiór liczb rzeczywistych, a działanie grupowe "$\circ$" jest określone wzorem $x \circ y = x + y + 5$. Dla podanego elementu g tej grupy podaj element do niego odwrotny.

a) $g = 1$, $g^{-1} = \mathbf{-11}$ **b)** $g = 2024$, $g^{-1} = \mathbf{-2034}$

c) $g = 0$, $g^{-1} = \mathbf{-10}$ **d)** $g = 5$, $g^{-1} = \mathbf{-15}$

10. Niech $C(m,n)$ będzie liczbą ideałów w pierścieniu $\mathbb{Z}$ zawierających liczby m i n. Wówczas

a) $C(200,500) = \mathbf{9}$

b) $C(6000,9000) = \mathbf{32}$

c) $C(2000,5000) = \mathbf{16}$

d) $C(600,900) = \mathbf{18}$

11. W urnie znajduje się n kul: dwie kule białe i $n-2$ kule czarne. Losujemy z urny trzy kule (losowanie bez zwracania). Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że wylosowano dwie kule białe i jedną czarną. Podaj w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(10) = \mathbf{1/15}$

b) $P(7) = \mathbf{1/7}$

c) $P(6) = \mathbf{1/5}$

d) $P(9) = \mathbf{1/12}$

12. Rzucamy trzy razy kostką do gry. Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że iloczyn liczb oczek wyrzuconych w poszczególnych rzutach jest równy n. Podaj w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(24) = \mathbf{5/72}$

b) $P(36) = \mathbf{1/18}$

c) $P(8) = \mathbf{7/216}$

d) $P(16) = \mathbf{1/36}$

1. Niech $C(a,b)=\int\limits_a^b \Big||x|-2\Big|\,dx$. Wówczas

a) $C(-3,3)=\mathbf{5}$

b) $C(-5,7)=\mathbf{21}$

c) $C(-5,3)=\mathbf{9}$

d) $C(-3,7)=\mathbf{17}$

2. Podaj wartość całki oznaczonej.

a) $\int\limits_1^4 \frac{x^2\,dx}{x^3+6}=\frac{\mathbf{ln\,10}}{\mathbf{3}}$

b) $\int\limits_1^3 \frac{x^2\,dx}{x^3+1}=\frac{\mathbf{ln\,14}}{\mathbf{3}}$

c) $\int\limits_2^4 \frac{x^2\,dx}{x^3+6}=\frac{\mathbf{ln\,5}}{\mathbf{3}}$

d) $\int\limits_1^2 \frac{x^2\,dx}{x^3+6}=\frac{\mathbf{ln\,2}}{\mathbf{3}}$

3. Niech $P(n,k)$ będzie polem figury $\Big\{(x,y):\ x\in[0,1]\wedge x^n\leqslant y\leqslant \sqrt[k]{x}\Big\}$. Wówczas

a) $P(9,4)=\mathbf{7/10}$

b) $P(3,3)=\mathbf{1/2}$

c) $P(4,9)=\mathbf{7/10}$

d) $P(2,2)=\mathbf{1/3}$

4. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{29n}\frac{1}{n+k}=\mathbf{ln\,30}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{24n}\frac{1}{n+2k}=\mathbf{ln\,7}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{20n}\frac{1}{n+4k}=\mathbf{ln\,3}$

d) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{21n}\frac{1}{n+3k}=\mathbf{ln\,4}=\mathbf{2\cdot ln\,2}$

5. Podaj w możliwe prostej postaci takie wyrażenia A, B, C, D, aby dla każdej funkcji ciągłej $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ zachodziła podana równość.

a) $$\int_{-2}^{0}\int_{x^2}^{-2x} f(x,y)\,dy\,dx=\int_{A}^{B}\int_{C}^{D} f(x,y)\,dx\,dy$$

$A=\mathbf{0}$ $\quad B=\mathbf{4}$ $\quad C=-\sqrt{\mathbf{y}}$ $\quad D=-\mathbf{y/2}$

b) $$\int_{0}^{2}\int_{x^2}^{2x} f(x,y)\,dy\,dx=\int_{A}^{B}\int_{C}^{D} f(x,y)\,dx\,dy$$

$A=\mathbf{0}$ $\quad B=\mathbf{4}$ $\quad C=\mathbf{y/2}$ $\quad D=\sqrt{\mathbf{y}}$

c) $$\int_{0}^{2}\int_{x^3}^{4x} f(x,y)\,dy\,dx=\int_{A}^{B}\int_{C}^{D} f(x,y)\,dx\,dy$$

$A=\mathbf{0}$ $\quad B=\mathbf{8}$ $\quad C=\mathbf{y/4}$ $\quad D=\sqrt[3]{\boldsymbol{y}}$

d) $$\int_{-2}^{0}\int_{4x}^{x^3} f(x,y)\,dy\,dx=\int_{A}^{B}\int_{C}^{D} f(x,y)\,dx\,dy$$

$A=\mathbf{-8}$ $\quad B=\mathbf{0}$ $\quad C=\sqrt[3]{\boldsymbol{y}}$ $\quad D=\mathbf{y/4}$

6. Niech $z=\sqrt{3}+i$. Zapisz w postaci kartezjańskiej:

a) $z^{123}=\mathbf{2^{123}\cdot i}$ $\qquad$ **b)** $z^{60}=\mathbf{2^{60}}$

c) $z^{369}=\mathbf{-2^{369}\cdot i}$ $\qquad$ **d)** $z^{30}=\mathbf{-2^{30}}$

7. Niech $P(a,b)$ będzie polem trójkąta o wierzchołkach (a,b), (b,a) i $(0,0)$. Wówczas

a) $P(2,5) = \mathbf{21/2}$ **b)** $P(1,3) = \mathbf{4}$

c) $P(3,4) = \mathbf{7/2}$ **d)** $P(1,2) = \mathbf{3/2}$

8. Niech

$$A_p = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & 7 \\ 1 & 4 & 9 & 16 \\ 1 & 2 & 4 & p \end{pmatrix}.$$

Wiedząc, że macierz A_p ma 4 różne rzeczywiste wartości własne, podaj sumę tych wartości własnych.

a) $p = 20$, **33** **b)** $p = 17$, **30**

c) $p = 15$, **28** **d)** $p = 12$, **25**

9. Zbiorem elementów grupy jest zbiór liczb rzeczywistych, a działanie grupowe "$\circ$" jest określone wzorem $x \circ y = x + y + 5$. Dla podanego elementu g tej grupy podaj element do niego odwrotny.

a) $g = 2024$, $g^{-1} = \mathbf{-2034}$ **b)** $g = 0$, $g^{-1} = \mathbf{-10}$

c) $g = 1$, $g^{-1} = \mathbf{-11}$ **d)** $g = 5$, $g^{-1} = \mathbf{-15}$

10. Niech $C(m,n)$ będzie liczbą ideałów w pierścieniu $\mathbb{Z}$ zawierających liczby m i n. Wówczas

a) $C(600,900) = \mathbf{18}$ **b)** $C(200,500) = \mathbf{9}$

c) $C(6000,9000) = \mathbf{32}$ **d)** $C(2000,5000) = \mathbf{16}$

11. W urnie znajduje się n kul: dwie kule białe i $n-2$ kule czarne. Losujemy z urny trzy kule (losowanie bez zwracania). Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że wylosowano dwie kule białe i jedną czarną. Podaj w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(10) = \mathbf{1/15}$ **b)** $P(9) = \mathbf{1/12}$

c) $P(6) = \mathbf{1/5}$ **d)** $P(7) = \mathbf{1/7}$

12. Rzucamy trzy razy kostką do gry. Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że iloczyn liczb oczek wyrzuconych w poszczególnych rzutach jest równy n. Podaj w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(36) = \mathbf{1/18}$ **b)** $P(24) = \mathbf{5/72}$

c) $P(16) = \mathbf{1/36}$ **d)** $P(8) = \mathbf{7/216}$