1. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości parametru p, dla których podana całka niewłaściwa jest zbieżna. Bardzo starannie pisać nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $\int\limits_0^\infty \frac{x^p}{\sqrt{x^{11}+x^2}}\,dx$, $(\mathbf{0,\ 9/2})$ **b)** $\int\limits_0^\infty \frac{x^p}{\sqrt{x^{13}+x^3}}\,dx$, $(\mathbf{1/2,\ 11/2})$

c) $\int\limits_0^\infty \frac{x^p}{\sqrt{x^{17}+x^5}}\,dx$, $(\mathbf{3/2,\ 15/2})$ **d)** $\int\limits_0^\infty \frac{x^p}{\sqrt{x^{19}+x^7}}\,dx$, $(\mathbf{5/2,\ 17/2})$

2. Podać wartość całki oznaczonej, gdzie $\{.\}$ oznacza część ułamkową.

a) $\int\limits_0^{666} \sqrt{\{x\}}\,dx = \mathbf{444}$ **b)** $\int\limits_0^{90} \sqrt{\{x\}}\,dx = \mathbf{60}$

c) $\int\limits_0^{30} \sqrt{\{x\}}\,dx = \mathbf{20}$ **d)** $\int\limits_0^{6} \sqrt{\{x\}}\,dx = \mathbf{4}$

3. Niech $C(a,b)$ będzie zdefiniowane wzorem $C(a,b) = \int\limits_a^b \frac{dx}{x+\sqrt{x}}$.
Podać w postaci uproszczonej:

a) $C(4,121) = \mathbf{4 \cdot ln2 = ln16}$ **b)** $C(1,49) = \mathbf{4 \cdot ln2 = ln16}$

c) $C(4,64) = \mathbf{2 \cdot ln3 = ln9}$ **d)** $C(1,81) = \mathbf{2 \cdot ln5 = ln25}$

4. Podać kres dolny zbioru.

a) $\inf\left\{\frac{x}{y}+\frac{9y}{x}: x,y\in(0,\infty)\right\} = \mathbf{6}$

b) $\inf\left\{\frac{x}{y}+\frac{2y}{x}: x,y\in(0,\infty)\right\} = \mathbf{2\cdot\sqrt{2}}$

c) $\inf\left\{\frac{x}{y}+\frac{3y}{x}: x,y\in(0,\infty)\right\} = \mathbf{2\cdot\sqrt{3}}$

d) $\inf\left\{\frac{x}{y}+\frac{4y}{x}: x,y\in(0,\infty)\right\} = \mathbf{4}$

5. Niech $f(x)=\frac{\ln(1+x)}{19!}$. Podać wartości pochodnych podanych rzędów funkcji f w zerze.

a) $f^{(19)}(0)=\mathbf{1/19}$

b) $f^{(21)}(0)=\mathbf{20}$

c) $f^{(20)}(0)=\mathbf{-1}$

d) $f^{(22)}(0)=\mathbf{-420}$

6. Podać liczbę rozwiązań danego równania w liczbach zespolonych z.

a) $\overline{z}^7\cdot z^{19}=7,$ **12**

b) $\overline{z}^5\cdot z^{17}=5,$ **12**

c) $\overline{z}^2\cdot z^{11}=2,$ **9**

d) $\overline{z}^3\cdot z^{13}=3,$ **10**

7. Dla podanych liczb a i b wskazać takie liczby c, d i e, aby wektory $(0, 1, 2, 3, 4)$, $(2, 5, 8, 11, 14)$ i (a, b, c, d, e) były liniowo zależne.

a) $a=2$, $b=11$, $c=\mathbf{20}$, $d=\mathbf{29}$, $e=\mathbf{38}$

b) $a=3$, $b=13$, $c=\mathbf{23}$, $d=\mathbf{33}$, $e=\mathbf{43}$

c) $a=7$, $b=19$, $c=\mathbf{31}$, $d=\mathbf{43}$, $e=\mathbf{55}$

d) $a=5$, $b=17$, $c=\mathbf{29}$, $d=\mathbf{41}$, $e=\mathbf{53}$

8. Podać takie liczby rzeczywiste a, b, aby macierz A spełniała równanie

$$A^2=\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

a) $A=\begin{pmatrix} 4 & a \\ 5 & b \end{pmatrix}$, $a=\mathbf{-12/5}$, $b=\mathbf{-4}$

b) $A=\begin{pmatrix} 3 & a \\ 4 & b \end{pmatrix}$, $a=\mathbf{-5/4}$, $b=\mathbf{-3}$

c) $A=\begin{pmatrix} 2 & a \\ 3 & b \end{pmatrix}$, $a=\mathbf{0}$, $b=\mathbf{-2}$

d) $A=\begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & b \end{pmatrix}$, $a=\mathbf{3/2}$, $b=\mathbf{-1}$

9. Podać liczbę elementów rzędu 3 w podanej grupie.

a) $\mathbb{Z}_9 \times \mathbb{Z}_9 \times \mathbb{Z}_9 \times \mathbb{Z}_9$, **80**

b) $\mathbb{Z}_9 \times \mathbb{Z}_9$, **8**

c) $\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3$, **8**

d) $\mathbb{Z}_9 \times \mathbb{Z}_9 \times \mathbb{Z}_9$, **26**

10. Niech $C(n)$ będzie liczbą ideałów w pierścieniu $\mathbb{Z}$ zawierających liczbę n. Wówczas

a) $C(100) = \mathbf{9}$

b) $C(72) = \mathbf{12}$

c) $C(32) = \mathbf{6}$

d) $C(42) = \mathbf{8}$

11. W urnie znajduje się n kul z kolejnymi liczbami od 1 do n. Losujemy z urny kulę, zapisujemy liczbę na niej napisaną, powiedzmy k, a następnie wrzucamy kulę z powrotem do urny. Następnie losujemy z urny k kul (losowanie bez zwracania). Niech $E(n)$ będzie wartością oczekiwaną sumy liczb napisanych na tak wylosowanych k kulach. Podać w postaci liczby naturalnej lub ułamka nieskracalnego:

a) $E(6) = \mathbf{49/4}$

b) $E(3) = \mathbf{4}$

c) $E(4) = \mathbf{25/4}$

d) $E(5) = \mathbf{9}$

12. Rzucamy dwa razy kostką do gry. Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że liczby oczek wyrzuconych w poszczególnych rzutach różnią się o n. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(2) = \mathbf{2/9}$

b) $P(3) = \mathbf{1/6}$

c) $P(4) = \mathbf{1/9}$

d) $P(1) = \mathbf{5/18}$

1. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości parametru p, dla których podana całka niewłaściwa jest zbieżna. Bardzo starannie pisać nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $\int\limits_0^\infty \frac{x^p}{\sqrt{x^{17}+x^5}}\,dx$, $\left(\mathbf{3/2,\ 15/2}\right)$ **b)** $\int\limits_0^\infty \frac{x^p}{\sqrt{x^{13}+x^3}}\,dx$, $\left(\mathbf{1/2,\ 11/2}\right)$

c) $\int\limits_0^\infty \frac{x^p}{\sqrt{x^{11}+x^2}}\,dx$, $\left(\mathbf{0,\ 9/2}\right)$ **d)** $\int\limits_0^\infty \frac{x^p}{\sqrt{x^{19}+x^7}}\,dx$, $\left(\mathbf{5/2,\ 17/2}\right)$

2. Podać wartość całki oznaczonej, gdzie $\{.\}$ oznacza część ułamkową.

a) $\int\limits_0^6 \sqrt{\{x\}}\,dx = \mathbf{4}$ **b)** $\int\limits_0^{30} \sqrt{\{x\}}\,dx = \mathbf{20}$

c) $\int\limits_0^{666} \sqrt{\{x\}}\,dx = \mathbf{444}$ **d)** $\int\limits_0^{90} \sqrt{\{x\}}\,dx = \mathbf{60}$

3. Niech $C(a,b)$ będzie zdefiniowane wzorem $C(a,b)=\int\limits_a^b \frac{dx}{x+\sqrt{x}}$.
Podać w postaci uproszczonej:

a) $C(4,64)=\mathbf{2\cdot\ln 3=\ln 9}$ **b)** $C(4,121)=\mathbf{4\cdot\ln 2=\ln 16}$

c) $C(1,49)=\mathbf{4\cdot\ln 2=\ln 16}$ **d)** $C(1,81)=\mathbf{2\cdot\ln 5=\ln 25}$

4. Podać kres dolny zbioru.

a) $\inf\left\{\frac{x}{y}+\frac{9y}{x} : x,y\in(0,\infty)\right\} = \mathbf{6}$

b) $\inf\left\{\frac{x}{y}+\frac{4y}{x} : x,y\in(0,\infty)\right\} = \mathbf{4}$

c) $\inf\left\{\frac{x}{y}+\frac{3y}{x} : x,y\in(0,\infty)\right\} = \mathbf{2\cdot\sqrt{3}}$

d) $\inf\left\{\frac{x}{y}+\frac{2y}{x} : x,y\in(0,\infty)\right\} = \mathbf{2\cdot\sqrt{2}}$

5. Niech $f(x)=\frac{\ln(1+x)}{19!}$. Podać wartości pochodnych podanych rzędów funkcji f w zerze.

a) $f^{(22)}(0) = \mathbf{-420}$

b) $f^{(21)}(0) = \mathbf{20}$

c) $f^{(20)}(0) = \mathbf{-1}$

d) $f^{(19)}(0) = \mathbf{1/19}$

6. Podać liczbę rozwiązań danego równania w liczbach zespolonych z.

a) $\overline{z}^5\cdot z^{17}=5,$ **12**

b) $\overline{z}^3\cdot z^{13}=3,$ **10**

c) $\overline{z}^7\cdot z^{19}=7,$ **12**

d) $\overline{z}^2\cdot z^{11}=2,$ **9**

7. Dla podanych liczb a i b wskazać takie liczby c, d i e, aby wektory $(0,1,2,3,4)$, $(2,5,8,11,14)$ i (a,b,c,d,e) były liniowo zależne.

a) $a=2$, $b=11$, $c=\mathbf{20}$, $d=\mathbf{29}$, $e=\mathbf{38}$

b) $a=3$, $b=13$, $c=\mathbf{23}$, $d=\mathbf{33}$, $e=\mathbf{43}$

c) $a=5$, $b=17$, $c=\mathbf{29}$, $d=\mathbf{41}$, $e=\mathbf{53}$

d) $a=7$, $b=19$, $c=\mathbf{31}$, $d=\mathbf{43}$, $e=\mathbf{55}$

8. Podać takie liczby rzeczywiste a, b, aby macierz A spełniała równanie

$$A^2=\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

a) $A=\begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & b \end{pmatrix}$, $a=\mathbf{3/2}$, $b=\mathbf{-1}$

b) $A=\begin{pmatrix} 3 & a \\ 4 & b \end{pmatrix}$, $a=\mathbf{-5/4}$, $b=\mathbf{-3}$

c) $A=\begin{pmatrix} 2 & a \\ 3 & b \end{pmatrix}$, $a=\mathbf{0}$, $b=\mathbf{-2}$

d) $A=\begin{pmatrix} 4 & a \\ 5 & b \end{pmatrix}$, $a=\mathbf{-12/5}$, $b=\mathbf{-4}$

9. Podać liczbę elementów rzędu 3 w podanej grupie.

a) $\mathbb{Z}_9 \times \mathbb{Z}_9$, **8**

b) $\mathbb{Z}_9 \times \mathbb{Z}_9 \times \mathbb{Z}_9$, **26**

c) $\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3$, **8**

d) $\mathbb{Z}_9 \times \mathbb{Z}_9 \times \mathbb{Z}_9 \times \mathbb{Z}_9$, **80**

10. Niech $C(n)$ będzie liczbą ideałów w pierścieniu $\mathbb{Z}$ zawierających liczbę n. Wówczas

a) $C(42) = \mathbf{8}$

b) $C(100) = \mathbf{9}$

c) $C(72) = \mathbf{12}$

d) $C(32) = \mathbf{6}$

11. W urnie znajduje się n kul z kolejnymi liczbami od 1 do n. Losujemy z urny kulę, zapisujemy liczbę na niej napisaną, powiedzmy k, a następnie wrzucamy kulę z powrotem do urny. Następnie losujemy z urny k kul (losowanie bez zwracania). Niech $E(n)$ będzie wartością oczekiwaną sumy liczb napisanych na tak wylosowanych k kulach. Podać w postaci liczby naturalnej lub ułamka nieskracalnego:

a) $E(5) = \mathbf{9}$

b) $E(6) = \mathbf{49/4}$

c) $E(4) = \mathbf{25/4}$

d) $E(3) = \mathbf{4}$

12. Rzucamy dwa razy kostką do gry. Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że liczby oczek wyrzuconych w poszczególnych rzutach różnią się o n. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(2) = \mathbf{2/9}$

b) $P(3) = \mathbf{1/6}$

c) $P(1) = \mathbf{5/18}$

d) $P(4) = \mathbf{1/9}$

1. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości parametru p, dla których podana całka niewłaściwa jest zbieżna. Bardzo starannie pisać nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $\int\limits_0^\infty \frac{x^p}{\sqrt{x^{17}+x^5}}\,dx$, $(\mathbf{3/2,\ 15/2})$

b) $\int\limits_0^\infty \frac{x^p}{\sqrt{x^{11}+x^2}}\,dx$, $(\mathbf{0,\ 9/2})$

c) $\int\limits_0^\infty \frac{x^p}{\sqrt{x^{19}+x^7}}\,dx$, $(\mathbf{5/2,\ 17/2})$

d) $\int\limits_0^\infty \frac{x^p}{\sqrt{x^{13}+x^3}}\,dx$, $(\mathbf{1/2,\ 11/2})$

2. Podać wartość całki oznaczonej, gdzie $\{.\}$ oznacza część ułamkową.

a) $\int\limits_0^{666} \sqrt{\{x\}}\,dx = \mathbf{444}$

b) $\int\limits_0^{30} \sqrt{\{x\}}\,dx = \mathbf{20}$

c) $\int\limits_0^{6} \sqrt{\{x\}}\,dx = \mathbf{4}$

d) $\int\limits_0^{90} \sqrt{\{x\}}\,dx = \mathbf{60}$

3. Niech $C(a,b)$ będzie zdefiniowane wzorem $C(a,b)=\int\limits_a^b \frac{dx}{x+\sqrt{x}}$.
Podać w postaci uproszczonej:

a) $C(1,49)=\mathbf{4\cdot \ln 2 = \ln 16}$

b) $C(4,121)=\mathbf{4\cdot \ln 2 = \ln 16}$

c) $C(4,64)=\mathbf{2\cdot \ln 3 = \ln 9}$

d) $C(1,81)=\mathbf{2\cdot \ln 5 = \ln 25}$

4. Podać kres dolny zbioru.

a) $\inf\left\{\frac{x}{y}+\frac{9y}{x} : x,y\in(0,\infty)\right\} = \mathbf{6}$

b) $\inf\left\{\frac{x}{y}+\frac{3y}{x} : x,y\in(0,\infty)\right\} = \mathbf{2\cdot\sqrt{3}}$

c) $\inf\left\{\frac{x}{y}+\frac{4y}{x} : x,y\in(0,\infty)\right\} = \mathbf{4}$

d) $\inf\left\{\frac{x}{y}+\frac{2y}{x} : x,y\in(0,\infty)\right\} = \mathbf{2\cdot\sqrt{2}}$

5. Niech $f(x)=\frac{\ln(1+x)}{19!}$. Podać wartości pochodnych podanych rzędów funkcji f w zerze.

a) $f^{(20)}(0)=\mathbf{-1}$ **b)** $f^{(19)}(0)=\mathbf{1/19}$

c) $f^{(22)}(0)=\mathbf{-420}$ **d)** $f^{(21)}(0)=\mathbf{20}$

6. Podać liczbę rozwiązań danego równania w liczbach zespolonych z.

a) $\overline{z}^5\cdot z^{17}=5,$ **12** **b)** $\overline{z}^3\cdot z^{13}=3,$ **10**

c) $\overline{z}^7\cdot z^{19}=7,$ **12** **d)** $\overline{z}^2\cdot z^{11}=2,$ **9**

7. Dla podanych liczb a i b wskazać takie liczby c, d i e, aby wektory $(0, 1, 2, 3, 4)$, $(2, 5, 8, 11, 14)$ i (a, b, c, d, e) były liniowo zależne.

a) $a=3$, $b=13$, $c=\mathbf{23}$, $d=\mathbf{33}$, $e=\mathbf{43}$

b) $a=5$, $b=17$, $c=\mathbf{29}$, $d=\mathbf{41}$, $e=\mathbf{53}$

c) $a=2$, $b=11$, $c=\mathbf{20}$, $d=\mathbf{29}$, $e=\mathbf{38}$

d) $a=7$, $b=19$, $c=\mathbf{31}$, $d=\mathbf{43}$, $e=\mathbf{55}$

8. Podać takie liczby rzeczywiste a, b, aby macierz A spełniała równanie

$$A^2 = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

a) $A = \begin{pmatrix} 4 & a \\ 5 & b \end{pmatrix}$, $a = \mathbf{-12/5}$, $b = \mathbf{-4}$

b) $A = \begin{pmatrix} 3 & a \\ 4 & b \end{pmatrix}$, $a = \mathbf{-5/4}$, $b = \mathbf{-3}$

c) $A = \begin{pmatrix} 2 & a \\ 3 & b \end{pmatrix}$, $a = \mathbf{0}$, $b = \mathbf{-2}$

d) $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & b \end{pmatrix}$, $a = \mathbf{3/2}$, $b = \mathbf{-1}$

9. Podać liczbę elementów rzędu 3 w podanej grupie.

a) $\mathbb{Z}_9 \times \mathbb{Z}_9$, **8** **b)** $\mathbb{Z}_9 \times \mathbb{Z}_9 \times \mathbb{Z}_9 \times \mathbb{Z}_9$, **80**

c) $\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3$, **8** **d)** $\mathbb{Z}_9 \times \mathbb{Z}_9 \times \mathbb{Z}_9$, **26**

10. Niech $C(n)$ będzie liczbą ideałów w pierścieniu $\mathbb{Z}$ zawierających liczbę n. Wówczas

a) $C(32) = \mathbf{6}$ **b)** $C(100) = \mathbf{9}$

c) $C(72) = \mathbf{12}$ **d)** $C(42) = \mathbf{8}$

11. W urnie znajduje się n kul z kolejnymi liczbami od 1 do n. Losujemy z urny kulę, zapisujemy liczbę na niej napisaną, powiedzmy k, a następnie wrzucamy kulę z powrotem do urny. Następnie losujemy z urny k kul (losowanie bez zwracania). Niech $E(n)$ będzie wartością oczekiwaną sumy liczb napisanych na tak wylosowanych k kulach. Podać w postaci liczby naturalnej lub ułamka nieskracalnego:

a) $E(6) = \mathbf{49/4}$ **b)** $E(4) = \mathbf{25/4}$

c) $E(3) = \mathbf{4}$ **d)** $E(5) = \mathbf{9}$

12. Rzucamy dwa razy kostką do gry. Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że liczby oczek wyrzuconych w poszczególnych rzutach różnią się o n. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(3) = \mathbf{1/6}$ **b)** $P(4) = \mathbf{1/9}$

c) $P(1) = \mathbf{5/18}$ **d)** $P(2) = \mathbf{2/9}$

1. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości parametru p, dla których podana całka niewłaściwa jest zbieżna. Bardzo starannie pisać nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $\int\limits_0^\infty \frac{x^p}{\sqrt{x^{11}+x^2}}\,dx$, $(\mathbf{0,\,9/2})$ **b)** $\int\limits_0^\infty \frac{x^p}{\sqrt{x^{19}+x^7}}\,dx$, $(\mathbf{5/2,\,17/2})$

c) $\int\limits_0^\infty \frac{x^p}{\sqrt{x^{13}+x^3}}\,dx$, $(\mathbf{1/2,\,11/2})$ **d)** $\int\limits_0^\infty \frac{x^p}{\sqrt{x^{17}+x^5}}\,dx$, $(\mathbf{3/2,\,15/2})$

2. Podać wartość całki oznaczonej, gdzie $\{.\}$ oznacza część ułamkową.

a) $\int\limits_0^{666} \sqrt{\{x\}}\,dx = \mathbf{444}$ **b)** $\int\limits_0^{6} \sqrt{\{x\}}\,dx = \mathbf{4}$

c) $\int\limits_0^{90} \sqrt{\{x\}}\,dx = \mathbf{60}$ **d)** $\int\limits_0^{30} \sqrt{\{x\}}\,dx = \mathbf{20}$

3. Niech $C(a,b)$ będzie zdefiniowane wzorem $C(a,b)=\int\limits_a^b \frac{dx}{x+\sqrt{x}}$.

Podać w postaci uproszczonej:

a) $C(4,64) = \mathbf{2\cdot ln3 = ln9}$ **b)** $C(4,121) = \mathbf{4\cdot ln2 = ln16}$

c) $C(1,81) = \mathbf{2\cdot ln5 = ln25}$ **d)** $C(1,49) = \mathbf{4\cdot ln2 = ln16}$

4. Podać kres dolny zbioru.

a) $\inf\left\{\frac{x}{y}+\frac{9y}{x}:x,y\in(0,\infty)\right\}=\mathbf{6}$

b) $\inf\left\{\frac{x}{y}+\frac{4y}{x}:x,y\in(0,\infty)\right\}=\mathbf{4}$

c) $\inf\left\{\frac{x}{y}+\frac{2y}{x}:x,y\in(0,\infty)\right\}=\mathbf{2\cdot\sqrt{2}}$

d) $\inf\left\{\frac{x}{y}+\frac{3y}{x}:x,y\in(0,\infty)\right\}=\mathbf{2\cdot\sqrt{3}}$

5. Niech $f(x)=\frac{\ln(1+x)}{19!}$. Podać wartości pochodnych podanych rzędów funkcji f w zerze.

a) $f^{(20)}(0)=\mathbf{-1}$

b) $f^{(19)}(0)=\mathbf{1/19}$

c) $f^{(21)}(0)=\mathbf{20}$

d) $f^{(22)}(0)=\mathbf{-420}$

6. Podać liczbę rozwiązań danego równania w liczbach zespolonych z.

a) $\overline{z}^5\cdot z^{17}=5$, **12**

b) $\overline{z}^3\cdot z^{13}=3$, **10**

c) $\overline{z}^7\cdot z^{19}=7$, **12**

d) $\overline{z}^2\cdot z^{11}=2$, **9**

7. Dla podanych liczb a i b wskazać takie liczby c, d i e, aby wektory $(0,1,2,3,4)$, $(2,5,8,11,14)$ i (a,b,c,d,e) były liniowo zależne.

a) $a=7$, $b=19$, $c=\mathbf{31}$, $d=\mathbf{43}$, $e=\mathbf{55}$

b) $a=3$, $b=13$, $c=\mathbf{23}$, $d=\mathbf{33}$, $e=\mathbf{43}$

c) $a=5$, $b=17$, $c=\mathbf{29}$, $d=\mathbf{41}$, $e=\mathbf{53}$

d) $a=2$, $b=11$, $c=\mathbf{20}$, $d=\mathbf{29}$, $e=\mathbf{38}$

8. Podać takie liczby rzeczywiste a, b, aby macierz A spełniała równanie

$$A^2=\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

a) $A=\begin{pmatrix} 4 & a \\ 5 & b \end{pmatrix}$, $a=\mathbf{-12/5}$, $b=\mathbf{-4}$

b) $A=\begin{pmatrix} 3 & a \\ 4 & b \end{pmatrix}$, $a=\mathbf{-5/4}$, $b=\mathbf{-3}$

c) $A=\begin{pmatrix} 2 & a \\ 3 & b \end{pmatrix}$, $a=\mathbf{0}$, $b=\mathbf{-2}$

d) $A=\begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & b \end{pmatrix}$, $a=\mathbf{3/2}$, $b=\mathbf{-1}$

9. Podać liczbę elementów rzędu 3 w podanej grupie.

a) $\mathbb{Z}_9 \times \mathbb{Z}_9 \times \mathbb{Z}_9 \times \mathbb{Z}_9$, **80** **b)** $\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3$, **8**

c) $\mathbb{Z}_9 \times \mathbb{Z}_9$, **8** **d)** $\mathbb{Z}_9 \times \mathbb{Z}_9 \times \mathbb{Z}_9$, **26**

10. Niech $C(n)$ będzie liczbą ideałów w pierścieniu $\mathbb{Z}$ zawierających liczbę n. Wówczas

a) $C(42) = \mathbf{8}$ **b)** $C(32) = \mathbf{6}$

c) $C(100) = \mathbf{9}$ **d)** $C(72) = \mathbf{12}$

11. W urnie znajduje się n kul z kolejnymi liczbami od 1 do n. Losujemy z urny kulę, zapisujemy liczbę na niej napisaną, powiedzmy k, a następnie wrzucamy kulę z powrotem do urny. Następnie losujemy z urny k kul (losowanie bez zwracania). Niech $E(n)$ będzie wartością oczekiwaną sumy liczb napisanych na tak wylosowanych k kulach. Podać w postaci liczby naturalnej lub ułamka nieskracalnego:

a) $E(6) = \mathbf{49/4}$ **b)** $E(5) = \mathbf{9}$

c) $E(3) = \mathbf{4}$ **d)** $E(4) = \mathbf{25/4}$

12. Rzucamy dwa razy kostką do gry. Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że liczby oczek wyrzuconych w poszczególnych rzutach różnią się o n. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(4) = \mathbf{1/9}$ **b)** $P(3) = \mathbf{1/6}$

c) $P(2) = \mathbf{2/9}$ **d)** $P(1) = \mathbf{5/18}$