1. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich liczb rzeczywistych x, dla których podany szereg jest zbieżny. Bardzo starannie pisać nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(2x-1)^n$, ... **b)** $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(3x-1)^n}{\sqrt{n}}$, ...

c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(3x-2)^n}{n}$, ... **d)** $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(6x-3)^n}{n^2}$, ...

2. Podać w postaci uproszczonej wartość całki oznaczonej.

a) $\displaystyle\int_0^1\frac{x^{28}+1}{x^{29}+29x+5}\,dx=$ .... **b)** $\displaystyle\int_0^1\frac{x^4+1}{x^5+5x+3}\,dx=$ ....

c) $\displaystyle\int_0^1\frac{x^5+1}{x^6+6x+7}\,dx=$ .... **d)** $\displaystyle\int_0^1\frac{x^6+1}{x^7+7x+2}\,dx=$ ....

3. Podać w postaci uproszczonej wartość całki oznaczonej.

a) $\displaystyle\int_0^2\sqrt{4-x^2}\,dx=$ .... **b)** $\displaystyle\int_0^1\sqrt{1-x^2}\,dx=$ ....

c) $\displaystyle\int_0^4\sqrt{32-x^2}\,dx=$ .... **d)** $\displaystyle\int_0^2\sqrt{8-x^2}\,dx=$ ....

4. Niech funkcja $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ będzie funkcją odwrotną do funkcji $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ zdefinowanej wzorem $g(x)=x^3+2x$. Podać w postaci uproszczonej wartości pochodnej funkcji f w podanych punktach.

a) $f'(33)=$ .... **b)** $f'(0)=$ ....

c) $f'(3)=$ .... **d)** $f'(12)=$ ....

5. Podać w możliwe prostej postaci takie wyrażenia A, B, C, D, aby dla każdej funkcji ciągłej $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ zachodziła podana równość.

a) $\int\limits_{-1}^{1}\int\limits_{|x|}^{1} f(x,y)\,dy\,dx = \int\limits_{A}^{B}\int\limits_{C}^{D} f(x,y)\,dx\,dy$

$A=$ .... $B=$ .... $C=$ .... $D=$ ....

b) $\int\limits_{0}^{1}\int\limits_{x^2}^{1} f(x,y)\,dy\,dx = \int\limits_{A}^{B}\int\limits_{C}^{D} f(x,y)\,dx\,dy$

$A=$ .... $B=$ .... $C=$ .... $D=$ ....

c) $\int\limits_{0}^{1}\int\limits_{0}^{x^2} f(x,y)\,dy\,dx = \int\limits_{A}^{B}\int\limits_{C}^{D} f(x,y)\,dx\,dy$

$A=$ .... $B=$ .... $C=$ .... $D=$ ....

d) $\int\limits_{-1}^{1}\int\limits_{0}^{1-x^2} f(x,y)\,dy\,dx = \int\limits_{A}^{B}\int\limits_{C}^{D} f(x,y)\,dx\,dy$

$A=$ .... $B=$ .... $C=$ .... $D=$ ....

6. Podać w uproszczonej postaci taką liczbę rzeczywistą dodatnią a, aby liczba zespolona z podanej postaci spełniała równanie $z^2 \cdot \overline{z}^2 = 25$.

a) $z = \frac{2}{3} + ai$, $a =$ .... **b)** $z = \frac{3}{2} + ai$, $a =$ ....

c) $z = 1 + ai$, $a =$ .... **d)** $z = \frac{2}{5} + ai$, $a =$ ....

7. Dla podanych liczb a i b podać taką liczbę rzeczywistą c, że wektory (a, b, c) i (b, c, a) są prostopadłe.

a) $a = 1$, $b = 5$, $c =$ .... **b)** $a = 1$, $b = 4$, $c =$ ....

c) $a = 3$, $b = 5$, $c =$ .... **d)** $a = 2$, $b = 5$, $c =$ ....

8. Dla podanej macierzy wskazać taką wartość parametru p, aby liczba 1 była jej wartością własną.

a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 8 & 16 & 32 \\ 8 & 17 & p \end{pmatrix}$, $p =$ .... **b)** $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 7 & 11 & 13 \\ 8 & 13 & p \end{pmatrix}$, $p =$ ....

c) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \\ 1 & 5 & p \end{pmatrix}$, $p =$ .... **d)** $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & p \end{pmatrix}$, $p =$ ....

9. Niech $E(n)$ będzie liczbą elementów rzędu n w grupie cyklicznej rzędu 12! (dwanaście silnia). Wówczas:

a) $E(32) =$ .... **b)** $E(27) =$ ....

c) $E(26) =$ .... **d)** $E(30) =$ ....

10. Dla podanej liczby n podać liczbę elementów rzędu 3 w grupie permutacji S_n.

a) $n = 6$, ... **b)** $n = 5$, ...

c) $n = 3$, ... **d)** $n = 4$, ...

11. Rzucamy dwa razy kostką do gry. Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że maksimum liczb oczek wyrzuconych w obu rzutach jest równe n. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(2) =$ .... **b)** $P(6) =$ ....

c) $P(5) =$ .... **d)** $P(3) =$ ....

12. W urnie znajduje się n monet, z których $n-1$ jest normalnych (orzeł/reszka), a jedna ma orły po obu stonach. Wylosowano z urny monetę, a następnie wykonano nią 3 rzuty. Okazało się, że wypadły same orły. Niech $P(n)$ będzie prawdopodobieństwem, że wylosowana moneta miała orły po obu stronach. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(5) =$ .... **b)** $P(9) =$ ....

c) $P(25) =$ .... **d)** $P(3) =$ ....