

EGZAMIN LICENCJACKI (zadania otwarte)
8 lipca 2022 r.

Zadanie 1. Rozstrzygnąć, czy wartość całki

$$\int_1^5 \sqrt{x^2 + 24} dx$$

jest mniejsza czy większa od 24.

Zadanie 2. Wyznaczyć największą wartość funkcji

$$f(x, y) = x + 8y$$

na krzywej

$$\{(x, y) : x^4 + y^4 = 1\}.$$

Wyznaczyć wszystkie punkty, w których wartość największa jest osiągana.

Zadanie 3. Rozwiązać zagadnienie początkowe

$$x' = x, \quad y' = y - \cos t - \sin t, \quad x(0) = 1, \quad y(0) = 1.$$

Zadanie 4. Dana jest taka macierz A rozmiaru 2×2 o wyrazach rzeczywistych, że

$$A^7 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Rozstrzygnąć, czy stąd wynika, że

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Zadanie 5. Dana jest grupa nieabelowa G oraz takie jej elementy a, b , że:

- rząd elementu a jest równy 3,
- rząd elementu b jest liczbą nieparzystą większą od 1,
- zachodzi równość $ba = ab^5$.

Wyznaczyć rząd elementu b .

Zadanie 6. Rzucono 100 razy kostką do gry. Jaka liczba wyrzuconych szóstek jest najbardziej prawdopodobna?