1. Podać w postaci uproszczonej kres górny zbioru.
Uwaga: $\mathbb{N}=\{1,2,3,\ldots\}$.

a) $\sup\left\{\frac{m}{n}:\ m,n\in\mathbb{N}\ \wedge\ m^2\leqslant 64n^2\right\}=\mathbf{8}$

b) $\sup\left\{\frac{m}{n}:\ m,n\in\mathbb{N}\ \wedge\ m^3\leqslant 64n^3\right\}=\mathbf{4}$

c) $\sup\left\{\frac{m}{n}:\ m,n\in\mathbb{N}\ \wedge\ 2^m\leqslant 64^n\right\}=\mathbf{6}$

d) $\sup\left\{\frac{m}{n}:\ m,n\in\mathbb{N}\ \wedge\ 4^m\leqslant 64^n\right\}=\mathbf{3}$

2. Niech $C(a,b)$ będzie zdefiniowane wzorem

$$\int_a^b \frac{dx}{(x+1)\cdot(x+2)}=\ln C(a,b)\,.$$

Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $C(4,6)=\mathbf{21/20}$

b) $C(3,5)=\mathbf{15/14}$

c) $C(2,4)=\mathbf{10/9}$

d) $C(1,3)=\mathbf{6/5}$

3. Podać wartość całki oznaczonej.

a) $\int_0^1 \frac{x^{12}\,dx}{x^{13}+1}=\frac{\mathbf{ln2}}{\mathbf{13}}$

b) $\int_0^1 \frac{x^{10}\,dx}{x^{11}+1}=\frac{\mathbf{ln2}}{\mathbf{11}}$

c) $\int_0^1 \frac{x^{18}\,dx}{x^{19}+1}=\frac{\mathbf{ln2}}{\mathbf{19}}$

d) $\int_0^1 \frac{x^{16}\,dx}{x^{17}+1}=\frac{\mathbf{ln2}}{\mathbf{17}}$

4. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich liczb rzeczywistych $x > -1$, dla których podany szereg jest zbieżny. Bardzo starannie pisać nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (\log_7(x+1))^n$, $\quad \mathbf{(-6/7,\, 6)}$

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (\log_2(x+1))^n$, $\quad \mathbf{(-1/2,\, 1)}$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (\log_3(x+1))^n$, $\quad \mathbf{(-2/3,\, 2)}$

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (\log_5(x+1))^n$, $\quad \mathbf{(-4/5,\, 4)}$

5. Niech f będzie funkcją określoną wzorem $f(x) = x^{50} \cdot e^{x^2}$. Podać wartość pochodnej odpowiedniego rzędu funkcji f w zerze.

a) $f^{(70)}(0) = \mathbf{70!/10!}$

b) $f^{(90)}(0) = \mathbf{90!/20!}$

c) $f^{(80)}(0) = \mathbf{80!/15!}$

d) $f^{(100)}(0) = \mathbf{100!/25!}$

6. Podać taką liczbę rzeczywistą dodatnią a, aby liczba zespolona z podanej postaci spełniała równanie $z^3 \cdot \overline{z}^3 = 1000$.

a) $z = 3 + ai$, $\quad a = \mathbf{1}$

b) $z = \sqrt{5} + ai$, $\quad a = \boldsymbol{\sqrt{5}}$

c) $z = 1 + ai$, $\quad a = \mathbf{3}$

d) $z = 2 + ai$, $\quad a = \boldsymbol{\sqrt{6}}$

7. Dla podanych liczb a i b wskazać taką liczbę c, aby wektory $(1, 2, 3)$, $(4, 5, 6)$ i (a, b, c) były liniowo zależne.

a) $a=1, \quad b=3, \quad c=\mathbf{5}$

b) $a=1, \quad b=4, \quad c=\mathbf{7}$

c) $a=1, \quad b=6, \quad c=\mathbf{11}$

d) $a=1, \quad b=5, \quad c=\mathbf{9}$

8. Podać takie liczby rzeczywiste a, b, aby macierz A spełniała równanie

$$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

a) $A=\begin{pmatrix} 4 & a \\ 5 & b \end{pmatrix}, \quad a=\mathbf{-3}, \quad b=\mathbf{-4}$

b) $A=\begin{pmatrix} 3 & a \\ 4 & b \end{pmatrix}, \quad a=\mathbf{-2}, \quad b=\mathbf{-3}$

c) $A=\begin{pmatrix} 2 & a \\ 3 & b \end{pmatrix}, \quad a=\mathbf{-1}, \quad b=\mathbf{-2}$

d) $A=\begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & b \end{pmatrix}, \quad a=\mathbf{0}, \quad b=\mathbf{-1}$

9. Zbiorem elementów grupy jest zbiór $\{1, 2, 3, \ldots, p-2, p-1\}$, natomiast działaniem jest mnożenie modulo p. Dla podanej liczby pierwszej p podać element odwrotny do 3.

a) $p=19, \quad \mathbf{13}$

b) $p=13, \quad \mathbf{9}$

c) $p=7, \quad \mathbf{5}$

d) $p=17, \quad \mathbf{6}$

10. Dla podanej liczby n podać największą taką liczbę naturalną k, że w grupie permutacji S_n istnieje element rzędu k.

a) $n=8$, $k=\mathbf{15}$ **b)** $n=7$, $k=\mathbf{12}$

c) $n=5$, $k=\mathbf{6}$ **d)** $n=6$, $k=\mathbf{6}$

11. W urnie znajduje się 5 kul białych i c kul czarnych. Losujemy z urny dwie kule (losowanie bez zwracania). Niech $P(c)$ będzie prawdopodobieństwem, że wylosowano dwie kule czarne. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(5)=\mathbf{2/9}$ **b)** $P(2)=\mathbf{1/21}$

c) $P(3)=\mathbf{3/28}$ **d)** $P(4)=\mathbf{1/6}$

12. W urnie znajdują się 3 kule z liczbami 1, 2 i 3. Losujemy z urny n-krotnie kule (losowanie ze zwracaniem). Niech $E(n)$ będzie wartością oczekiwaną iloczynu liczb napisanych na wylosowanych kulach. Podać w postaci uproszczonej:

a) $E(3)=\mathbf{8}$ **b)** $E(4)=\mathbf{16}$

c) $E(5)=\mathbf{32}$ **d)** $E(2)=\mathbf{4}$

1. Podać w postaci uproszczonej kres górny zbioru.
Uwaga: $\mathbb{N}=\{1,2,3,\ldots\}$.

a) $\sup\left\{\frac{m}{n}:\ m,n\in\mathbb{N}\ \wedge\ 2^m\leqslant 64^n\right\}=\mathbf{6}$

b) $\sup\left\{\frac{m}{n}:\ m,n\in\mathbb{N}\ \wedge\ m^3\leqslant 64n^3\right\}=\mathbf{4}$

c) $\sup\left\{\frac{m}{n}:\ m,n\in\mathbb{N}\ \wedge\ m^2\leqslant 64n^2\right\}=\mathbf{8}$

d) $\sup\left\{\frac{m}{n}:\ m,n\in\mathbb{N}\ \wedge\ 4^m\leqslant 64^n\right\}=\mathbf{3}$

2. Niech $C(a,b)$ będzie zdefiniowane wzorem

$$\int_a^b \frac{dx}{(x+1)\cdot(x+2)}=\ln C(a,b)\,.$$

Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $C(1,3)=\mathbf{6/5}$

b) $C(2,4)=\mathbf{10/9}$

c) $C(4,6)=\mathbf{21/20}$

d) $C(3,5)=\mathbf{15/14}$

3. Podać wartość całki oznaczonej.

a) $\int_0^1 \frac{x^{18}\,dx}{x^{19}+1}=\frac{\mathbf{ln2}}{\mathbf{19}}$

b) $\int_0^1 \frac{x^{12}\,dx}{x^{13}+1}=\frac{\mathbf{ln2}}{\mathbf{13}}$

c) $\int_0^1 \frac{x^{10}\,dx}{x^{11}+1}=\frac{\mathbf{ln2}}{\mathbf{11}}$

d) $\int_0^1 \frac{x^{16}\,dx}{x^{17}+1}=\frac{\mathbf{ln2}}{\mathbf{17}}$

4. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich liczb rzeczywistych $x > -1$, dla których podany szereg jest zbieżny. Bardzo starannie pisać nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} (\log_7(x+1))^n$, $\quad \mathbf{(-6/7,\, 6)}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} (\log_5(x+1))^n$, $\quad \mathbf{(-4/5,\, 4)}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} (\log_3(x+1))^n$, $\quad \mathbf{(-2/3,\, 2)}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} (\log_2(x+1))^n$, $\quad \mathbf{(-1/2,\, 1)}$

5. Niech f będzie funkcją określoną wzorem $f(x) = x^{50} \cdot e^{x^2}$. Podać wartość pochodnej odpowiedniego rzędu funkcji f w zerze.

a) $f^{(100)}(0) = \mathbf{100!/25!}$

b) $f^{(90)}(0) = \mathbf{90!/20!}$

c) $f^{(80)}(0) = \mathbf{80!/15!}$

d) $f^{(70)}(0) = \mathbf{70!/10!}$

6. Podać taką liczbę rzeczywistą dodatnią a, aby liczba zespolona z podanej postaci spełniała równanie $z^3 \cdot \overline{z}^3 = 1000$.

a) $z = \sqrt{5} + ai$, $\quad a = \mathbf{\sqrt{5}}$

b) $z = 2 + ai$, $\quad a = \mathbf{\sqrt{6}}$

c) $z = 3 + ai$, $\quad a = \mathbf{1}$

d) $z = 1 + ai$, $\quad a = \mathbf{3}$

7. Dla podanych liczb a i b wskazać taką liczbę c, aby wektory $(1,2,3)$, $(4,5,6)$ i (a,b,c) były liniowo zależne.

a) $a=1,\quad b=3,\quad c=\mathbf{5}$

b) $a=1,\quad b=4,\quad c=\mathbf{7}$

c) $a=1,\quad b=5,\quad c=\mathbf{9}$

d) $a=1,\quad b=6,\quad c=\mathbf{11}$

8. Podać takie liczby rzeczywiste a, b, aby macierz A spełniała równanie

$$A^2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

a) $A=\begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & b \end{pmatrix},\quad a=\mathbf{0},\quad b=\mathbf{-1}$

b) $A=\begin{pmatrix} 3 & a \\ 4 & b \end{pmatrix},\quad a=\mathbf{-2},\quad b=\mathbf{-3}$

c) $A=\begin{pmatrix} 2 & a \\ 3 & b \end{pmatrix},\quad a=\mathbf{-1},\quad b=\mathbf{-2}$

d) $A=\begin{pmatrix} 4 & a \\ 5 & b \end{pmatrix},\quad a=\mathbf{-3},\quad b=\mathbf{-4}$

9. Zbiorem elementów grupy jest zbiór $\{1,2,3,\ldots,p-2,p-1\}$, natomiast działaniem jest mnożenie modulo p. Dla podanej liczby pierwszej p podać element odwrotny do 3.

a) $p=13,\quad \mathbf{9}$

b) $p=17,\quad \mathbf{6}$

c) $p=7,\quad \mathbf{5}$

d) $p=19,\quad \mathbf{13}$

10. Dla podanej liczby n podać największą taką liczbę naturalną k, że w grupie permutacji S_n istnieje element rzędu k.

a) $n=6,\quad k=\mathbf{6}$ **b)** $n=8,\quad k=\mathbf{15}$

c) $n=7,\quad k=\mathbf{12}$ **d)** $n=5,\quad k=\mathbf{6}$

11. W urnie znajduje się 5 kul białych i c kul czarnych. Losujemy z urny dwie kule (losowanie bez zwracania). Niech $P(c)$ będzie prawdopodobieństwem, że wylosowano dwie kule czarne. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(4)=\mathbf{1/6}$ **b)** $P(5)=\mathbf{2/9}$

c) $P(3)=\mathbf{3/28}$ **d)** $P(2)=\mathbf{1/21}$

12. W urnie znajdują się 3 kule z liczbami 1, 2 i 3. Losujemy z urny n-krotnie kule (losowanie ze zwracaniem). Niech $E(n)$ będzie wartością oczekiwaną iloczynu liczb napisanych na wylosowanych kulach. Podać w postaci uproszczonej:

a) $E(3)=\mathbf{8}$ **b)** $E(4)=\mathbf{16}$

c) $E(2)=\mathbf{4}$ **d)** $E(5)=\mathbf{32}$

1. Podać w postaci uproszczonej kres górny zbioru.
Uwaga: $\mathbb{N}=\{1,2,3,\ldots\}$.

a) $\sup\left\{\frac{m}{n}:\ m,n\in\mathbb{N}\ \wedge\ 2^m\leqslant 64^n\right\}=\mathbf{6}$

b) $\sup\left\{\frac{m}{n}:\ m,n\in\mathbb{N}\ \wedge\ m^2\leqslant 64n^2\right\}=\mathbf{8}$

c) $\sup\left\{\frac{m}{n}:\ m,n\in\mathbb{N}\ \wedge\ 4^m\leqslant 64^n\right\}=\mathbf{3}$

d) $\sup\left\{\frac{m}{n}:\ m,n\in\mathbb{N}\ \wedge\ m^3\leqslant 64n^3\right\}=\mathbf{4}$

2. Niech $C(a,b)$ będzie zdefiniowane wzorem

$$\int_a^b \frac{dx}{(x+1)\cdot(x+2)}=\ln C(a,b)\,.$$

Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $C(4,6)=\mathbf{21/20}$

b) $C(2,4)=\mathbf{10/9}$

c) $C(1,3)=\mathbf{6/5}$

d) $C(3,5)=\mathbf{15/14}$

3. Podać wartość całki oznaczonej.

a) $\int_0^1 \frac{x^{10}\,dx}{x^{11}+1}=\frac{\mathbf{ln2}}{\mathbf{11}}$

b) $\int_0^1 \frac{x^{12}\,dx}{x^{13}+1}=\frac{\mathbf{ln2}}{\mathbf{13}}$

c) $\int_0^1 \frac{x^{18}\,dx}{x^{19}+1}=\frac{\mathbf{ln2}}{\mathbf{19}}$

d) $\int_0^1 \frac{x^{16}\,dx}{x^{17}+1}=\frac{\mathbf{ln2}}{\mathbf{17}}$

4. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich liczb rzeczywistych $x > -1$, dla których podany szereg jest zbieżny. Bardzo starannie pisać nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} (\log_7(x+1))^n$, $\mathbf{(-6/7,\, 6)}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} (\log_3(x+1))^n$, $\mathbf{(-2/3,\, 2)}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} (\log_5(x+1))^n$, $\mathbf{(-4/5,\, 4)}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} (\log_2(x+1))^n$, $\mathbf{(-1/2,\, 1)}$

5. Niech f będzie funkcją określoną wzorem $f(x) = x^{50} \cdot e^{x^2}$. Podać wartość pochodnej odpowiedniego rzędu funkcji f w zerze.

a) $f^{(80)}(0) = \mathbf{80!/15!}$

b) $f^{(70)}(0) = \mathbf{70!/10!}$

c) $f^{(100)}(0) = \mathbf{100!/25!}$

d) $f^{(90)}(0) = \mathbf{90!/20!}$

6. Podać taką liczbę rzeczywistą dodatnią a, aby liczba zespolona z podanej postaci spełniała równanie $z^3 \cdot \overline{z}^3 = 1000$.

a) $z = \sqrt{5} + ai$, $a = \mathbf{\sqrt{5}}$

b) $z = 2 + ai$, $a = \mathbf{\sqrt{6}}$

c) $z = 3 + ai$, $a = \mathbf{1}$

d) $z = 1 + ai$, $a = \mathbf{3}$

7. Dla podanych liczb a i b wskazać taką liczbę c, aby wektory $(1,2,3)$, $(4,5,6)$ i (a,b,c) były liniowo zależne.

a) $a=1, \quad b=4, \quad c=\mathbf{7}$

b) $a=1, \quad b=5, \quad c=\mathbf{9}$

c) $a=1, \quad b=3, \quad c=\mathbf{5}$

d) $a=1, \quad b=6, \quad c=\mathbf{11}$

8. Podać takie liczby rzeczywiste a, b, aby macierz A spełniała równanie
$$A^2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

a) $A=\begin{pmatrix} 4 & a \\ 5 & b \end{pmatrix}, \quad a=\mathbf{-3}, \quad b=\mathbf{-4}$

b) $A=\begin{pmatrix} 3 & a \\ 4 & b \end{pmatrix}, \quad a=\mathbf{-2}, \quad b=\mathbf{-3}$

c) $A=\begin{pmatrix} 2 & a \\ 3 & b \end{pmatrix}, \quad a=\mathbf{-1}, \quad b=\mathbf{-2}$

d) $A=\begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & b \end{pmatrix}, \quad a=\mathbf{0}, \quad b=\mathbf{-1}$

9. Zbiorem elementów grupy jest zbiór $\{1,2,3,\ldots,p-2,p-1\}$, natomiast działaniem jest mnożenie modulo p. Dla podanej liczby pierwszej p podać element odwrotny do 3.

a) $p=13, \quad \mathbf{9}$

b) $p=19, \quad \mathbf{13}$

c) $p=7, \quad \mathbf{5}$

d) $p=17, \quad \mathbf{6}$

10. Dla podanej liczby n podać największą taką liczbę naturalną k, że w grupie permutacji S_n istnieje element rzędu k.

a) $n=5, \quad k=\mathbf{6}$

b) $n=8, \quad k=\mathbf{15}$

c) $n=7, \quad k=\mathbf{12}$

d) $n=6, \quad k=\mathbf{6}$

11. W urnie znajduje się 5 kul białych i c kul czarnych. Losujemy z urny dwie kule (losowanie bez zwracania). Niech $P(c)$ będzie prawdopodobieństwem, że wylosowano dwie kule czarne. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(5)=\mathbf{2/9}$

b) $P(3)=\mathbf{3/28}$

c) $P(2)=\mathbf{1/21}$

d) $P(4)=\mathbf{1/6}$

12. W urnie znajdują się 3 kule z liczbami 1, 2 i 3. Losujemy z urny n-krotnie kule (losowanie ze zwracaniem). Niech $E(n)$ będzie wartością oczekiwaną iloczynu liczb napisanych na wylosowanych kulach. Podać w postaci uproszczonej:

a) $E(4)=\mathbf{16}$

b) $E(5)=\mathbf{32}$

c) $E(2)=\mathbf{4}$

d) $E(3)=\mathbf{8}$

1. Podać w postaci uproszczonej kres górny zbioru.
Uwaga: $\mathbb{N}=\{1,2,3,\ldots\}$.

a) $\sup\left\{\frac{m}{n}:\ m,n\in\mathbb{N}\ \wedge\ m^2\leqslant 64n^2\right\}=\mathbf{8}$

b) $\sup\left\{\frac{m}{n}:\ m,n\in\mathbb{N}\ \wedge\ 4^m\leqslant 64^n\right\}=\mathbf{3}$

c) $\sup\left\{\frac{m}{n}:\ m,n\in\mathbb{N}\ \wedge\ m^3\leqslant 64n^3\right\}=\mathbf{4}$

d) $\sup\left\{\frac{m}{n}:\ m,n\in\mathbb{N}\ \wedge\ 2^m\leqslant 64^n\right\}=\mathbf{6}$

2. Niech $C(a,b)$ będzie zdefiniowane wzorem

$$\int\limits_a^b \frac{dx}{(x+1)\cdot(x+2)}=\ln C(a,b)\,.$$

Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $C(4,6)=\mathbf{21/20}$

b) $C(1,3)=\mathbf{6/5}$

c) $C(3,5)=\mathbf{15/14}$

d) $C(2,4)=\mathbf{10/9}$

3. Podać wartość całki oznaczonej.

a) $\int\limits_0^1 \frac{x^{18}\,dx}{x^{19}+1}=\frac{\mathbf{ln2}}{\mathbf{19}}$

b) $\int\limits_0^1 \frac{x^{12}\,dx}{x^{13}+1}=\frac{\mathbf{ln2}}{\mathbf{13}}$

c) $\int\limits_0^1 \frac{x^{16}\,dx}{x^{17}+1}=\frac{\mathbf{ln2}}{\mathbf{17}}$

d) $\int\limits_0^1 \frac{x^{10}\,dx}{x^{11}+1}=\frac{\mathbf{ln2}}{\mathbf{11}}$

4. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich liczb rzeczywistych $x > -1$, dla których podany szereg jest zbieżny. Bardzo starannie pisać nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (\log_7(x+1))^n$, $\left(\boldsymbol{-6/7, 6}\right)$

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (\log_5(x+1))^n$, $\left(\boldsymbol{-4/5, 4}\right)$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (\log_2(x+1))^n$, $\left(\boldsymbol{-1/2, 1}\right)$

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (\log_3(x+1))^n$, $\left(\boldsymbol{-2/3, 2}\right)$

5. Niech f będzie funkcją określoną wzorem $f(x) = x^{50} \cdot e^{x^2}$. Podać wartość pochodnej odpowiedniego rzędu funkcji f w zerze.

a) $f^{(80)}(0) = \mathbf{80!/15!}$

b) $f^{(70)}(0) = \mathbf{70!/10!}$

c) $f^{(90)}(0) = \mathbf{90!/20!}$

d) $f^{(100)}(0) = \mathbf{100!/25!}$

6. Podać taką liczbę rzeczywistą dodatnią a, aby liczba zespolona z podanej postaci spełniała równanie $z^3 \cdot \overline{z}^3 = 1000$.

a) $z = \sqrt{5} + ai$, $a = \boldsymbol{\sqrt{5}}$

b) $z = 2 + ai$, $a = \boldsymbol{\sqrt{6}}$

c) $z = 3 + ai$, $a = \mathbf{1}$

d) $z = 1 + ai$, $a = \mathbf{3}$

7. Dla podanych liczb a i b wskazać taką liczbę c, aby wektory $(1,2,3)$, $(4,5,6)$ i (a,b,c) były liniowo zależne.

a) $a=1, \quad b=6, \quad c=\mathbf{11}$

b) $a=1, \quad b=4, \quad c=\mathbf{7}$

c) $a=1, \quad b=5, \quad c=\mathbf{9}$

d) $a=1, \quad b=3, \quad c=\mathbf{5}$

8. Podać takie liczby rzeczywiste a, b, aby macierz A spełniała równanie

$$A^2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

a) $A=\begin{pmatrix} 4 & a \\ 5 & b \end{pmatrix}, \quad a=\mathbf{-3}, \quad b=\mathbf{-4}$

b) $A=\begin{pmatrix} 3 & a \\ 4 & b \end{pmatrix}, \quad a=\mathbf{-2}, \quad b=\mathbf{-3}$

c) $A=\begin{pmatrix} 2 & a \\ 3 & b \end{pmatrix}, \quad a=\mathbf{-1}, \quad b=\mathbf{-2}$

d) $A=\begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & b \end{pmatrix}, \quad a=\mathbf{0}, \quad b=\mathbf{-1}$

9. Zbiorem elementów grupy jest zbiór $\{1,2,3,\ldots,p-2,p-1\}$, natomiast działaniem jest mnożenie modulo p. Dla podanej liczby pierwszej p podać element odwrotny do 3.

a) $p=19$, **13**

b) $p=7$, **5**

c) $p=13$, **9**

d) $p=17$, **6**

10. Dla podanej liczby n podać największą taką liczbę naturalną k, że w grupie permutacji S_n istnieje element rzędu k.

a) $n=6, \quad k=\mathbf{6}$ **b)** $n=5, \quad k=\mathbf{6}$

c) $n=8, \quad k=\mathbf{15}$ **d)** $n=7, \quad k=\mathbf{12}$

11. W urnie znajduje się 5 kul białych i c kul czarnych. Losujemy z urny dwie kule (losowanie bez zwracania). Niech $P(c)$ będzie prawdopodobieństwem, że wylosowano dwie kule czarne. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(5)=\mathbf{2/9}$ **b)** $P(4)=\mathbf{1/6}$

c) $P(2)=\mathbf{1/21}$ **d)** $P(3)=\mathbf{3/28}$

12. W urnie znajdują się 3 kule z liczbami 1, 2 i 3. Losujemy z urny n-krotnie kule (losowanie ze zwracaniem). Niech $E(n)$ będzie wartością oczekiwaną iloczynu liczb napisanych na wylosowanych kulach. Podać w postaci uproszczonej:

a) $E(5)=\mathbf{32}$ **b)** $E(4)=\mathbf{16}$

c) $E(3)=\mathbf{8}$ **d)** $E(2)=\mathbf{4}$