1. Podać wartość granicy:

a) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+3x}-x\right)=\mathbf{3/2}$

b) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{4x^2+3x}-2x\right)=\mathbf{3/4}$

c) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt[3]{x^3+3x^2}-x\right)=\mathbf{1}$

d) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt[3]{8x^3+3x^2}-2x\right)=\mathbf{1/4}$

2. Niech $f(x)=x^2\cdot\sqrt[3]{x^2}$. Podać wartości pochodnych podanych rzędów funkcji f w punkcie 1.

a) $f^{(4)}(1)=\mathbf{-80/81}$ **b)** $f'''(1)=\mathbf{80/27}$

c) $f''(1)=\mathbf{40/9}$ **d)** $f'(1)=\mathbf{8/3}$

3. Podać promień zbieżności szeregu potęgowego.

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\binom{2n}{n}\cdot x^n,\qquad R=\mathbf{1/4}$

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\binom{2n}{n}\cdot x^{2n},\qquad R=\mathbf{1/2}$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\binom{3n}{n}\cdot\binom{2n}{n}\cdot x^{3n},\qquad R=\mathbf{1/3}$

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\binom{3n}{n}\cdot\binom{2n}{n}\cdot x^{n},\qquad R=\mathbf{1/27}$

4. Podać wartość całki oznaczonej.

a) $\int\limits_0^1 x^5 \cdot e^{x^6}\,dx = \mathbf{\frac{e-1}{6}}$ b) $\int\limits_0^1 x^2 \cdot e^{x^3}\,dx = \mathbf{\frac{e-1}{3}}$

c) $\int\limits_0^1 x^3 \cdot e^{x^4}\,dx = \mathbf{\frac{e-1}{4}}$ d) $\int\limits_0^1 x^4 \cdot e^{x^5}\,dx = \mathbf{\frac{e-1}{5}}$

5. Niech

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\ln(1+x)}{8!\cdot x} & \text{dla} \quad x \in (-1,\infty)\setminus\{0\} \\ \dfrac{1}{8!} & \text{dla} \quad x = 0 \end{cases}$$

Podać wartości pochodnych podanych rzędów funkcji f w zerze.

a) $f^{(7)}(0) = \mathbf{-1/64}$ b) $f^{(9)}(0) = \mathbf{-9/10}$

c) $f^{(8)}(0) = \mathbf{1/9}$ d) $f^{(10)}(0) = \mathbf{90/11}$

6. Podać taką liczbę rzeczywistą dodatnią a, aby liczba zespolona z podanej postaci spełniała równanie $\overline{z} = z^{-1}$.

a) $z = \frac{4}{5} + ai, \quad a = \mathbf{3/5}$ b) $z = \frac{1}{2} + ai, \quad a = \mathbf{\sqrt{3}/2}$

c) $z = \frac{2}{3} + ai, \quad a = \mathbf{\sqrt{5}/3}$ d) $z = \frac{12}{13} + ai, \quad a = \mathbf{5/13}$

7. Dla podanej macierzy wskazać taką wartość parametru p, aby wyznacznik macierzy był równy 0.

a) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & p \end{pmatrix}, \quad p = \mathbf{7}$

b) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & 5 & p \end{pmatrix}, \quad p = \mathbf{9}$

c) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & 7 & p \end{pmatrix}, \quad p = \mathbf{13}$

d) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & 6 & p \end{pmatrix}, \quad p = \mathbf{11}$

8. Dla podanych liczb a i b podać taką liczbę rzeczywistą c, że wektory (a, b, c) i (b, c, a) są prostopadłe.

a) $a = 2, \ b = 3, \ c = \mathbf{-6/5}$

b) $a = 1, \ b = 3, \ c = \mathbf{-3/4}$

c) $a = 1, \ b = 2, \ c = \mathbf{-2/3}$

d) $a = 1, \ b = 1, \ c = \mathbf{-1/2}$

9. Dla podanej liczby k podać najmniejszą taką liczbę naturalną n, że w grupie permutacji **parzystych** A_n istnieje element rzędu k.

a) $k = 10, \quad n = \mathbf{9}$

b) $k = 4, \quad n = \mathbf{6}$

c) $k = 2, \quad n = \mathbf{4}$

d) $k = 6, \quad n = \mathbf{7}$

10. Niech $E(n)$ będzie liczbą elementów rzędu n w grupie cyklicznej rzędu n. Wówczas.

a) $E(27) = \mathbf{18}$ **b)** $E(25) = \mathbf{20}$

c) $E(12) = \mathbf{4}$ **d)** $E(15) = \mathbf{8}$

11. Przy rzucie fałszywą monetą orzeł wypada z prawdopodobieństwem $1/3$, a reszka z prawdopodobieństwem $2/3$. Dla podanej liczby k podać taką liczbę naturalną $n > k$, że przy n-krotnym rzucie fałszywą monetą prawdopodobieństwo wyrzucenia dokładnie k orłów jest równe prawdopodobieństwu wyrzucenia dokładnie $k+1$ orłów.

a) $k = 10$, $n = \mathbf{32}$ **b)** $k = 4$, $n = \mathbf{14}$

c) $k = 5$, $n = \mathbf{17}$ **d)** $k = 6$, $n = \mathbf{20}$

12. W urnie znajduje się n kul z kolejnymi liczbami od 1 do n. Dwukrotnie losujemy z urny kulę (losowanie ze zwracaniem). Niech $E(n)$ będzie wartością oczekiwaną iloczynu liczb napisanych na wylosowanych kulach. Podać w postaci liczby naturalnej lub ułamka nieskracalnego:

a) $E(6) = \mathbf{49/4}$ **b)** $E(7) = \mathbf{16}$

c) $E(8) = \mathbf{81/4}$ **d)** $E(5) = \mathbf{9}$

1. Podać wartość granicy:

a) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt[3]{x^3+3x^2}-x\right)=\mathbf{1}$

b) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{4x^2+3x}-2x\right)=\mathbf{3/4}$

c) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+3x}-x\right)=\mathbf{3/2}$

d) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt[3]{8x^3+3x^2}-2x\right)=\mathbf{1/4}$

2. Niech $f(x)=x^2\cdot\sqrt[3]{x^2}$. Podać wartości pochodnych podanych rzędów funkcji f w punkcie 1.

a) $f'(1)=\mathbf{8/3}$

b) $f''(1)=\mathbf{40/9}$

c) $f^{(4)}(1)=\mathbf{-80/81}$

d) $f'''(1)=\mathbf{80/27}$

3. Podać promień zbieżności szeregu potęgowego.

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\binom{3n}{n}\cdot\binom{2n}{n}\cdot x^{3n},\qquad R=\mathbf{1/3}$

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\binom{2n}{n}\cdot x^{n},\qquad R=\mathbf{1/4}$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\binom{2n}{n}\cdot x^{2n},\qquad R=\mathbf{1/2}$

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\binom{3n}{n}\cdot\binom{2n}{n}\cdot x^{n},\qquad R=\mathbf{1/27}$

4. Podać wartość całki oznaczonej.

a) $\int\limits_0^1 x^5 \cdot e^{x^6}\, dx = \mathbf{\frac{e-1}{6}}$

b) $\int\limits_0^1 x^4 \cdot e^{x^5}\, dx = \mathbf{\frac{e-1}{5}}$

c) $\int\limits_0^1 x^3 \cdot e^{x^4}\, dx = \mathbf{\frac{e-1}{4}}$

d) $\int\limits_0^1 x^2 \cdot e^{x^3}\, dx = \mathbf{\frac{e-1}{3}}$

5. Niech

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\ln(1+x)}{8!\cdot x} & \text{dla } \ x \in (-1, \infty) \setminus \{0\} \\ \dfrac{1}{8!} & \text{dla } \ x = 0 \end{cases}$$

Podać wartości pochodnych podanych rzędów funkcji f w zerze.

a) $f^{(10)}(0) = \mathbf{90/11}$

b) $f^{(9)}(0) = \mathbf{-9/10}$

c) $f^{(8)}(0) = \mathbf{1/9}$

d) $f^{(7)}(0) = \mathbf{-1/64}$

6. Podać taką liczbę rzeczywistą dodatnią a, aby liczba zespolona z podanej postaci spełniała równanie $\overline{z} = z^{-1}$.

a) $z = \frac{1}{2} + ai, \quad a = \mathbf{\sqrt{3}/2}$

b) $z = \frac{12}{13} + ai, \quad a = \mathbf{5/13}$

c) $z = \frac{4}{5} + ai, \quad a = \mathbf{3/5}$

d) $z = \frac{2}{3} + ai, \quad a = \mathbf{\sqrt{5}/3}$

7. Dla podanej macierzy wskazać taką wartość parametru p, aby wyznacznik macierzy był równy 0.

a) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & p \end{pmatrix}, \quad p = \mathbf{7}$

b) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & 5 & p \end{pmatrix}, \quad p = \mathbf{9}$

c) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & 6 & p \end{pmatrix}, \quad p = \mathbf{11}$

d) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & 7 & p \end{pmatrix}, \quad p = \mathbf{13}$

8. Dla podanych liczb a i b podać taką liczbę rzeczywistą c, że wektory (a, b, c) i (b, c, a) są prostopadłe.

a) $a = 1, \quad b = 1, \quad c = \mathbf{-1/2}$

b) $a = 1, \quad b = 3, \quad c = \mathbf{-3/4}$

c) $a = 1, \quad b = 2, \quad c = \mathbf{-2/3}$

d) $a = 2, \quad b = 3, \quad c = \mathbf{-6/5}$

9. Dla podanej liczby k podać najmniejszą taką liczbę naturalną n, że w grupie permutacji **parzystych** A_n istnieje element rzędu k.

a) $k = 4, \quad n = \mathbf{6}$

b) $k = 6, \quad n = \mathbf{7}$

c) $k = 2, \quad n = \mathbf{4}$

d) $k = 10, \quad n = \mathbf{9}$

10. Niech $E(n)$ będzie liczbą elementów rzędu n w grupie cyklicznej rzędu n. Wówczas.

a) $E(15)=\mathbf{8}$ **b)** $E(27)=\mathbf{18}$

c) $E(25)=\mathbf{20}$ **d)** $E(12)=\mathbf{4}$

11. Przy rzucie fałszywą monetą orzeł wypada z prawdopodobieństwem $1/3$, a reszka z prawdopodobieństwem $2/3$. Dla podanej liczby k podać taką liczbę naturalną $n>k$, że przy n-krotnym rzucie fałszywą monetą prawdopodobieństwo wyrzucenia dokładnie k orłów jest równe prawdopodobieństwu wyrzucenia dokładnie $k+1$ orłów.

a) $k=6,\ \ n=\mathbf{20}$ **b)** $k=10,\ \ n=\mathbf{32}$

c) $k=5,\ \ n=\mathbf{17}$ **d)** $k=4,\ \ n=\mathbf{14}$

12. W urnie znajduje się n kul z kolejnymi liczbami od 1 do n. Dwukrotnie losujemy z urny kulę (losowanie ze zwracaniem). Niech $E(n)$ będzie wartością oczekiwaną iloczynu liczb napisanych na wylosowanych kulach. Podać w postaci liczby naturalnej lub ułamka nieskracalnego:

a) $E(6)=\mathbf{49/4}$ **b)** $E(7)=\mathbf{16}$

c) $E(5)=\mathbf{9}$ **d)** $E(8)=\mathbf{81/4}$

1. Podać wartość granicy:

a) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt[3]{x^3+3x^2}-x\right)=\mathbf{1}$

b) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+3x}-x\right)=\mathbf{3/2}$

c) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt[3]{8x^3+3x^2}-2x\right)=\mathbf{1/4}$

d) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{4x^2+3x}-2x\right)=\mathbf{3/4}$

2. Niech $f(x)=x^2\cdot\sqrt[3]{x^2}$. Podać wartości pochodnych podanych rzędów funkcji f w punkcie 1.

a) $f^{(4)}(1)=\mathbf{-80/81}$

b) $f''(1)=\mathbf{40/9}$

c) $f'(1)=\mathbf{8/3}$

d) $f'''(1)=\mathbf{80/27}$

3. Podać promień zbieżności szeregu potęgowego.

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\binom{2n}{n}\cdot x^{2n},\qquad R=\mathbf{1/2}$

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\binom{2n}{n}\cdot x^{n},\qquad R=\mathbf{1/4}$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\binom{3n}{n}\cdot\binom{2n}{n}\cdot x^{3n},\qquad R=\mathbf{1/3}$

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\binom{3n}{n}\cdot\binom{2n}{n}\cdot x^{n},\qquad R=\mathbf{1/27}$

4. Podać wartość całki oznaczonej.

a) $\int\limits_0^1 x^5 \cdot e^{x^6}\, dx = \mathbf{\frac{e-1}{6}}$

b) $\int\limits_0^1 x^3 \cdot e^{x^4}\, dx = \mathbf{\frac{e-1}{4}}$

c) $\int\limits_0^1 x^4 \cdot e^{x^5}\, dx = \mathbf{\frac{e-1}{5}}$

d) $\int\limits_0^1 x^2 \cdot e^{x^3}\, dx = \mathbf{\frac{e-1}{3}}$

5. Niech

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\ln(1+x)}{8!\cdot x} & \text{dla} \quad x \in (-1, \infty) \setminus \{0\} \\ \dfrac{1}{8!} & \text{dla} \quad x = 0 \end{cases}$$

Podać wartości pochodnych podanych rzędów funkcji f w zerze.

a) $f^{(8)}(0) = \mathbf{1/9}$

b) $f^{(7)}(0) = \mathbf{-1/64}$

c) $f^{(10)}(0) = \mathbf{90/11}$

d) $f^{(9)}(0) = \mathbf{-9/10}$

6. Podać taką liczbę rzeczywistą dodatnią a, aby liczba zespolona z podanej postaci spełniała równanie $\overline{z} = z^{-1}$.

a) $z = \frac{1}{2} + ai, \quad a = \mathbf{\sqrt{3}/2}$

b) $z = \frac{12}{13} + ai, \quad a = \mathbf{5/13}$

c) $z = \frac{4}{5} + ai, \quad a = \mathbf{3/5}$

d) $z = \frac{2}{3} + ai, \quad a = \mathbf{\sqrt{5}/3}$

7. Dla podanej macierzy wskazać taką wartość parametru p, aby wyznacznik macierzy był równy 0.

a) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & 5 & p \end{pmatrix}, \quad p = \mathbf{9}$

b) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & 6 & p \end{pmatrix}, \quad p = \mathbf{11}$

c) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & p \end{pmatrix}, \quad p = \mathbf{7}$

d) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & 7 & p \end{pmatrix}, \quad p = \mathbf{13}$

8. Dla podanych liczb a i b podać taką liczbę rzeczywistą c, że wektory (a, b, c) i (b, c, a) są prostopadłe.

a) $a = 2, \quad b = 3, \quad c = \mathbf{-6/5}$

b) $a = 1, \quad b = 3, \quad c = \mathbf{-3/4}$

c) $a = 1, \quad b = 2, \quad c = \mathbf{-2/3}$

d) $a = 1, \quad b = 1, \quad c = \mathbf{-1/2}$

9. Dla podanej liczby k podać najmniejszą taką liczbę naturalną n, że w grupie permutacji **parzystych** A_n istnieje element rzędu k.

a) $k = 4, \quad n = \mathbf{6}$

b) $k = 10, \quad n = \mathbf{9}$

c) $k = 2, \quad n = \mathbf{4}$

d) $k = 6, \quad n = \mathbf{7}$

10. Niech $E(n)$ będzie liczbą elementów rzędu n w grupie cyklicznej rzędu n. Wówczas.

a) $E(12)=\mathbf{4}$ **b)** $E(27)=\mathbf{18}$

c) $E(25)=\mathbf{20}$ **d)** $E(15)=\mathbf{8}$

11. Przy rzucie fałszywą monetą orzeł wypada z prawdopodobieństwem $1/3$, a reszka z prawdopodobieństwem $2/3$. Dla podanej liczby k podać taką liczbę naturalną $n>k$, że przy n-krotnym rzucie fałszywą monetą prawdopodobieństwo wyrzucenia dokładnie k orłów jest równe prawdopodobieństwu wyrzucenia dokładnie $k+1$ orłów.

a) $k=10,\ \ n=\mathbf{32}$ **b)** $k=5,\ \ n=\mathbf{17}$

c) $k=4,\ \ n=\mathbf{14}$ **d)** $k=6,\ \ n=\mathbf{20}$

12. W urnie znajduje się n kul z kolejnymi liczbami od 1 do n. Dwukrotnie losujemy z urny kulę (losowanie ze zwracaniem). Niech $E(n)$ będzie wartością oczekiwaną iloczynu liczb napisanych na wylosowanych kulach. Podać w postaci liczby naturalnej lub ułamka nieskracalnego:

a) $E(7)=\mathbf{16}$ **b)** $E(8)=\mathbf{81/4}$

c) $E(5)=\mathbf{9}$ **d)** $E(6)=\mathbf{49/4}$

1. Podać wartość granicy:

a) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+3x}-x\right)=\mathbf{3/2}$

b) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt[3]{8x^3+3x^2}-2x\right)=\mathbf{1/4}$

c) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{4x^2+3x}-2x\right)=\mathbf{3/4}$

d) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt[3]{x^3+3x^2}-x\right)=\mathbf{1}$

2. Niech $f(x)=x^2\cdot\sqrt[3]{x^2}$. Podać wartości pochodnych podanych rzędów funkcji f w punkcie 1.

a) $f^{(4)}(1)=\mathbf{-80/81}$

b) $f'(1)=\mathbf{8/3}$

c) $f'''(1)=\mathbf{80/27}$

d) $f''(1)=\mathbf{40/9}$

3. Podać promień zbieżności szeregu potęgowego.

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\binom{3n}{n}\cdot\binom{2n}{n}\cdot x^{3n},\qquad R=\mathbf{1/3}$

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\binom{2n}{n}\cdot x^{n},\qquad R=\mathbf{1/4}$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\binom{3n}{n}\cdot\binom{2n}{n}\cdot x^{n},\qquad R=\mathbf{1/27}$

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\binom{2n}{n}\cdot x^{2n},\qquad R=\mathbf{1/2}$

4. Podać wartość całki oznaczonej.

a) $\int\limits_0^1 x^5 \cdot e^{x^6}\, dx = \mathbf{\frac{e-1}{6}}$

b) $\int\limits_0^1 x^4 \cdot e^{x^5}\, dx = \mathbf{\frac{e-1}{5}}$

c) $\int\limits_0^1 x^2 \cdot e^{x^3}\, dx = \mathbf{\frac{e-1}{3}}$

d) $\int\limits_0^1 x^3 \cdot e^{x^4}\, dx = \mathbf{\frac{e-1}{4}}$

5. Niech

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\ln(1+x)}{8!\cdot x} & \text{dla} \quad x \in (-1, \infty) \setminus \{0\} \\ \dfrac{1}{8!} & \text{dla} \quad x = 0 \end{cases}$$

Podać wartości pochodnych podanych rzędów funkcji f w zerze.

a) $f^{(8)}(0) = \mathbf{1/9}$

b) $f^{(7)}(0) = \mathbf{-1/64}$

c) $f^{(9)}(0) = \mathbf{-9/10}$

d) $f^{(10)}(0) = \mathbf{90/11}$

6. Podać taką liczbę rzeczywistą dodatnią a, aby liczba zespolona z podanej postaci spełniała równanie $\overline{z} = z^{-1}$.

a) $z = \frac{1}{2} + ai, \quad a = \mathbf{\sqrt{3}/2}$

b) $z = \frac{12}{13} + ai, \quad a = \mathbf{5/13}$

c) $z = \frac{4}{5} + ai, \quad a = \mathbf{3/5}$

d) $z = \frac{2}{3} + ai, \quad a = \mathbf{\sqrt{5}/3}$

7. Dla podanej macierzy wskazać taką wartość parametru p, aby wyznacznik macierzy był równy 0.

a) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & 7 & p \end{pmatrix}, \quad p=\mathbf{13}$

b) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & 5 & p \end{pmatrix}, \quad p=\mathbf{9}$

c) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & 6 & p \end{pmatrix}, \quad p=\mathbf{11}$

d) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & p \end{pmatrix}, \quad p=\mathbf{7}$

8. Dla podanych liczb a i b podać taką liczbę rzeczywistą c, że wektory (a, b, c) i (b, c, a) są prostopadłe.

a) $a=2, \ b=3, \ c=\mathbf{-6/5}$

b) $a=1, \ b=3, \ c=\mathbf{-3/4}$

c) $a=1, \ b=2, \ c=\mathbf{-2/3}$

d) $a=1, \ b=1, \ c=\mathbf{-1/2}$

9. Dla podanej liczby k podać najmniejszą taką liczbę naturalną n, że w grupie permutacji **parzystych** A_n istnieje element rzędu k.

a) $k=10, \quad n=\mathbf{9}$

b) $k=2, \quad n=\mathbf{4}$

c) $k=4, \quad n=\mathbf{6}$

d) $k=6, \quad n=\mathbf{7}$

10. Niech $E(n)$ będzie liczbą elementów rzędu n w grupie cyklicznej rzędu n. Wówczas.

a) $E(15) = \mathbf{8}$ **b)** $E(12) = \mathbf{4}$

c) $E(27) = \mathbf{18}$ **d)** $E(25) = \mathbf{20}$

11. Przy rzucie fałszywą monetą orzeł wypada z prawdopodobieństwem $1/3$, a reszka z prawdopodobieństwem $2/3$. Dla podanej liczby k podać taką liczbę naturalną $n > k$, że przy n-krotnym rzucie fałszywą monetą prawdopodobieństwo wyrzucenia dokładnie k orłów jest równe prawdopodobieństwu wyrzucenia dokładnie $k+1$ orłów.

a) $k = 10$, $n = \mathbf{32}$ **b)** $k = 6$, $n = \mathbf{20}$

c) $k = 4$, $n = \mathbf{14}$ **d)** $k = 5$, $n = \mathbf{17}$

12. W urnie znajduje się n kul z kolejnymi liczbami od 1 do n. Dwukrotnie losujemy z urny kulę (losowanie ze zwracaniem). Niech $E(n)$ będzie wartością oczekiwaną iloczynu liczb napisanych na wylosowanych kulach. Podać w postaci liczby naturalnej lub ułamka nieskracalnego:

a) $E(8) = \mathbf{81/4}$ **b)** $E(7) = \mathbf{16}$

c) $E(6) = \mathbf{49/4}$ **d)** $E(5) = \mathbf{9}$