1. Podać kres górny zbioru, gdzie $\mathbb{N}=\{1,2,3,\ldots\}$.

a) $\sup\left\{\left(-\frac{1}{2}\right)^n:\ n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/4}$

b) $\sup\left\{\left(-\frac{1}{3}\right)^n:\ n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/9}$

c) $\sup\left\{\frac{1}{30-n^2}:\ n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/5}$

d) $\sup\left\{\frac{1}{30-n^3}:\ n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/3}$

2. Podać sumę szeregu w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(5^{2^{1/n}}-5^{2^{1/(n+1)}}\right)=\mathbf{20}$ **b)** $\sum_{n=1}^{\infty}\left(4^{2^{1/n}}-4^{2^{1/(n+1)}}\right)=\mathbf{12}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(3^{2^{1/n}}-3^{2^{1/(n+1)}}\right)=\mathbf{6}$ **d)** $\sum_{n=1}^{\infty}\left(2^{2^{1/n}}-2^{2^{1/(n+1)}}\right)=\mathbf{2}$

3. Niech $f(x)=x^2\cdot\sqrt{x}$. Podać wartości pochodnych podanych rzędów funkcji f w punkcie 1.

a) $f'''(1)=\mathbf{15/8}$ **b)** $f''(1)=\mathbf{15/4}$

c) $f^{(5)}(1)=\mathbf{45/32}$ **d)** $f^{(4)}(1)=\mathbf{-15/16}$

4. Podać wartość całki oznaczonej.

a) $\int\limits_0^1 \frac{x^5\,dx}{x^6+1} = \frac{\mathbf{ln2}}{\mathbf{6}}$

b) $\int\limits_0^1 \frac{x^2\,dx}{x^3+1} = \frac{\mathbf{ln2}}{\mathbf{3}}$

c) $\int\limits_0^1 \frac{x^3\,dx}{x^4+1} = \frac{\mathbf{ln2}}{\mathbf{4}}$

d) $\int\limits_0^1 \frac{x^4\,dx}{x^5+1} = \frac{\mathbf{ln2}}{\mathbf{5}}$

5. Niech

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^x-1}{x} & \text{dla} \quad x \neq 0 \\ 1 & \text{dla} \quad x = 0 \end{cases}$$

Podać wartości pochodnych podanych rzędów funkcji f w zerze.

a) $f^{(10)}(0) = \mathbf{1/11}$

b) $f^{(12)}(0) = \mathbf{1/13}$

c) $f^{(11)}(0) = \mathbf{1/12}$

d) $f^{(13)}(0) = \mathbf{1/14}$

6. Podać liczbę liczb zespolonych z spełniających podane równanie.

a) $1+z^{40} = 2z^{20}$, **20**

b) $z^{10}+z^{30} = 2z^{20}$, **11**

c) $z^{15}+z^{25} = 2z^{20}$, **6**

d) $z^{12}+z^{28} = 2z^{20}$, **9**

7. Dla podanej macierzy wypisać w kolejności niemalejącej jej wartości własne (z uwzględnieniem krotności).

a) $\begin{pmatrix} 13 & 6 \\ -6 & 0 \end{pmatrix}$ **4, 9**

b) $\begin{pmatrix} 15 & 6 \\ -6 & 0 \end{pmatrix}$ **3, 12**

c) $\begin{pmatrix} 37 & 6 \\ -6 & 0 \end{pmatrix}$ **1, 36**

d) $\begin{pmatrix} 20 & 6 \\ -6 & 0 \end{pmatrix}$ **2, 18**

8. Dla podanych liczb a i b wskazać liczbę rzeczywistą c o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych **jednorodnych** z trzema niewiadomymi, którego rozwiązaniami są $(1, 2, 3)$ oraz $(2, 5, 7)$, rozwiązaniem tego układu jest także (a, b, c).

a) $a=4, \quad b=7, \quad c=\mathbf{11}$

b) $a=3, \quad b=4, \quad c=\mathbf{7}$

c) $a=2, \quad b=7, \quad c=\mathbf{9}$

d) $a=1, \quad b=3, \quad c=\mathbf{4}$

9. Zbiorem elementów grupy jest zbiór liczb rzeczywistych, a działanie grupowe "$\circ$" jest określone wzorem $x \circ y = x + y + 3$. Dla podanego elementu g tej grupy podać element do niego odwrotny.

a) $g=4, \quad g^{-1}=\mathbf{-10}$

b) $g=2, \quad g^{-1}=\mathbf{-8}$

c) $g=1, \quad g^{-1}=\mathbf{-7}$

d) $g=3, \quad g^{-1}=\mathbf{-9}$

10. Dla podanej liczby n podać liczbę elementów rzędu 3 w grupie izometrii n-kąta foremnego.

a) $n=30$, **2**

b) $n=27$, **2**

c) $n=15$, **2**

d) $n=20$, **0**

11. Dane są dwie urny. W pierwszej urnie znajduje się pięć kul: dwie białe i trzy czarne. W drugiej urnie jest jedna kula biała i c kul czarnych. Losujemy kulę z drugiej urny i wrzucamy ją do pierwszej urny. Następnie z pierwszej urny losujemy jedną kulę. Niech $P(c)$ będzie prawdopodobieństwem, że jest to kula biała. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(6)=\mathbf{5/14}$

b) $P(3)=\mathbf{3/8}$

c) $P(4)=\mathbf{11/30}$

d) $P(5)=\mathbf{13/36}$

12. Rzucamy dwa razy kostką do gry. Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że suma liczb oczek wyrzuconych w obu rzutach jest podzielna przez n. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(5)=\mathbf{7/36}$

b) $P(6)=\mathbf{1/6}$

c) $P(7)=\mathbf{1/6}$

d) $P(4)=\mathbf{1/4}$

1. Podać kres górny zbioru, gdzie $\mathbb{N}=\{1,2,3,\ldots\}$.

a) $\sup\left\{\frac{1}{30-n^2}:\ n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/5}$

b) $\sup\left\{\left(-\frac{1}{3}\right)^n:\ n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/9}$

c) $\sup\left\{\left(-\frac{1}{2}\right)^n:\ n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/4}$

d) $\sup\left\{\frac{1}{30-n^3}:\ n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/3}$

2. Podać sumę szeregu w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(2^{2^{1/n}}-2^{2^{1/(n+1)}}\right)=\mathbf{2}$ **b)** $\sum_{n=1}^{\infty}\left(3^{2^{1/n}}-3^{2^{1/(n+1)}}\right)=\mathbf{6}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(5^{2^{1/n}}-5^{2^{1/(n+1)}}\right)=\mathbf{20}$ **d)** $\sum_{n=1}^{\infty}\left(4^{2^{1/n}}-4^{2^{1/(n+1)}}\right)=\mathbf{12}$

3. Niech $f(x)=x^2\cdot\sqrt{x}$. Podać wartości pochodnych podanych rzędów funkcji f w punkcie 1.

a) $f^{(5)}(1)=\mathbf{45/32}$ **b)** $f'''(1)=\mathbf{15/8}$

c) $f''(1)=\mathbf{15/4}$ **d)** $f^{(4)}(1)=\mathbf{-15/16}$

4. Podać wartość całki oznaczonej.

a) $\int\limits_0^1 \frac{x^5\,dx}{x^6+1} = \mathbf{\frac{ln2}{6}}$

b) $\int\limits_0^1 \frac{x^4\,dx}{x^5+1} = \mathbf{\frac{ln2}{5}}$

c) $\int\limits_0^1 \frac{x^3\,dx}{x^4+1} = \mathbf{\frac{ln2}{4}}$

d) $\int\limits_0^1 \frac{x^2\,dx}{x^3+1} = \mathbf{\frac{ln2}{3}}$

5. Niech

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^x-1}{x} & \text{dla} \quad x \neq 0 \\ 1 & \text{dla} \quad x = 0 \end{cases}$$

Podać wartości pochodnych podanych rzędów funkcji f w zerze.

a) $f^{(13)}(0) = \mathbf{1/14}$

b) $f^{(12)}(0) = \mathbf{1/13}$

c) $f^{(11)}(0) = \mathbf{1/12}$

d) $f^{(10)}(0) = \mathbf{1/11}$

6. Podać liczbę liczb zespolonych z spełniających podane równanie.

a) $z^{10}+z^{30}=2z^{20}$, **11**

b) $z^{12}+z^{28}=2z^{20}$, **9**

c) $1+z^{40}=2z^{20}$, **20**

d) $z^{15}+z^{25}=2z^{20}$, **6**

7. Dla podanej macierzy wypisać w kolejności niemalejącej jej wartości własne (z uwzględnieniem krotności).

a) $\begin{pmatrix} 13 & 6 \\ -6 & 0 \end{pmatrix}$ **4, 9**

b) $\begin{pmatrix} 15 & 6 \\ -6 & 0 \end{pmatrix}$ **3, 12**

c) $\begin{pmatrix} 20 & 6 \\ -6 & 0 \end{pmatrix}$ **2, 18**

d) $\begin{pmatrix} 37 & 6 \\ -6 & 0 \end{pmatrix}$ **1, 36**

8. Dla podanych liczb a i b wskazać liczbę rzeczywistą c o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych **jednorodnych** z trzema niewiadomymi, którego rozwiązaniami są $(1,2,3)$ oraz $(2,5,7)$, rozwiązaniem tego układu jest także (a,b,c).

a) $a=1$, $b=3$, $c=\mathbf{4}$

b) $a=3$, $b=4$, $c=\mathbf{7}$

c) $a=2$, $b=7$, $c=\mathbf{9}$

d) $a=4$, $b=7$, $c=\mathbf{11}$

9. Zbiorem elementów grupy jest zbiór liczb rzeczywistych, a działanie grupowe "$\circ$" jest określone wzorem $x\circ y=x+y+3$. Dla podanego elementu g tej grupy podać element do niego odwrotny.

a) $g=2$, $g^{-1}=\mathbf{-8}$

b) $g=3$, $g^{-1}=\mathbf{-9}$

c) $g=1$, $g^{-1}=\mathbf{-7}$

d) $g=4$, $g^{-1}=\mathbf{-10}$

10. Dla podanej liczby n podać liczbę elementów rzędu 3 w grupie izometrii n-kąta foremnego.

a) $n=20$, **0**

b) $n=30$, **2**

c) $n=27$, **2**

d) $n=15$, **2**

11. Dane są dwie urny. W pierwszej urnie znajduje się pięć kul: dwie białe i trzy czarne. W drugiej urnie jest jedna kula biała i c kul czarnych. Losujemy kulę z drugiej urny i wrzucamy ją do pierwszej urny. Następnie z pierwszej urny losujemy jedną kulę. Niech $P(c)$ będzie prawdopodobieństwem, że jest to kula biała. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(5)=$ **13/36**

b) $P(6)=$ **5/14**

c) $P(4)=$ **11/30**

d) $P(3)=$ **3/8**

12. Rzucamy dwa razy kostką do gry. Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że suma liczb oczek wyrzuconych w obu rzutach jest podzielna przez n. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(5)=$ **7/36**

b) $P(6)=$ **1/6**

c) $P(4)=$ **1/4**

d) $P(7)=$ **1/6**

1. Podać kres górny zbioru, gdzie $\mathbb{N}=\{1,2,3,...\}$.

a) $\sup\left\{\frac{1}{30-n^2} :\ n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/5}$

b) $\sup\left\{\left(-\frac{1}{2}\right)^n :\ n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/4}$

c) $\sup\left\{\frac{1}{30-n^3} :\ n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/3}$

d) $\sup\left\{\left(-\frac{1}{3}\right)^n :\ n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/9}$

2. Podać sumę szeregu w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(5^{2^{1/n}}-5^{2^{1/(n+1)}}\right)=\mathbf{20}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(3^{2^{1/n}}-3^{2^{1/(n+1)}}\right)=\mathbf{6}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(2^{2^{1/n}}-2^{2^{1/(n+1)}}\right)=\mathbf{2}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(4^{2^{1/n}}-4^{2^{1/(n+1)}}\right)=\mathbf{12}$

3. Niech $f(x)=x^2\cdot\sqrt{x}$. Podać wartości pochodnych podanych rzędów funkcji f w punkcie 1.

a) $f''(1)=\mathbf{15/4}$

b) $f'''(1)=\mathbf{15/8}$

c) $f^{(5)}(1)=\mathbf{45/32}$

d) $f^{(4)}(1)=\mathbf{-15/16}$

4. Podać wartość całki oznaczonej.

a) $\int\limits_0^1 \frac{x^5\,dx}{x^6+1} = \frac{\mathbf{ln2}}{\mathbf{6}}$

b) $\int\limits_0^1 \frac{x^3\,dx}{x^4+1} = \frac{\mathbf{ln2}}{\mathbf{4}}$

c) $\int\limits_0^1 \frac{x^4\,dx}{x^5+1} = \frac{\mathbf{ln2}}{\mathbf{5}}$

d) $\int\limits_0^1 \frac{x^2\,dx}{x^3+1} = \frac{\mathbf{ln2}}{\mathbf{3}}$

5. Niech

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^x-1}{x} & \text{dla} \quad x \neq 0 \\ 1 & \text{dla} \quad x = 0 \end{cases}$$

Podać wartości pochodnych podanych rzędów funkcji f w zerze.

a) $f^{(11)}(0) = \mathbf{1/12}$

b) $f^{(10)}(0) = \mathbf{1/11}$

c) $f^{(13)}(0) = \mathbf{1/14}$

d) $f^{(12)}(0) = \mathbf{1/13}$

6. Podać liczbę liczb zespolonych z spełniających podane równanie.

a) $z^{10} + z^{30} = 2z^{20}$, **11**

b) $z^{12} + z^{28} = 2z^{20}$, **9**

c) $1 + z^{40} = 2z^{20}$, **20**

d) $z^{15} + z^{25} = 2z^{20}$, **6**

7. Dla podanej macierzy wypisać w kolejności niemalejącej jej wartości własne (z uwzględnieniem krotności).

a) $\begin{pmatrix} 15 & 6 \\ -6 & 0 \end{pmatrix}$ **3, 12**

b) $\begin{pmatrix} 20 & 6 \\ -6 & 0 \end{pmatrix}$ **2, 18**

c) $\begin{pmatrix} 13 & 6 \\ -6 & 0 \end{pmatrix}$ **4, 9**

d) $\begin{pmatrix} 37 & 6 \\ -6 & 0 \end{pmatrix}$ **1, 36**

8. Dla podanych liczb a i b wskazać liczbę rzeczywistą c o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych **jednorodnych** z trzema niewiadomymi, którego rozwiązaniami są $(1,2,3)$ oraz $(2,5,7)$, rozwiązaniem tego układu jest także (a,b,c).

a) $a=4, \quad b=7, \quad c=\mathbf{11}$

b) $a=3, \quad b=4, \quad c=\mathbf{7}$

c) $a=2, \quad b=7, \quad c=\mathbf{9}$

d) $a=1, \quad b=3, \quad c=\mathbf{4}$

9. Zbiorem elementów grupy jest zbiór liczb rzeczywistych, a działanie grupowe "$\circ$" jest określone wzorem $x\circ y=x+y+3$. Dla podanego elementu g tej grupy podać element do niego odwrotny.

a) $g=2, \quad g^{-1}=\mathbf{-8}$

b) $g=4, \quad g^{-1}=\mathbf{-10}$

c) $g=1, \quad g^{-1}=\mathbf{-7}$

d) $g=3, \quad g^{-1}=\mathbf{-9}$

10. Dla podanej liczby n podać liczbę elementów rzędu 3 w grupie izometrii n-kąta foremnego.

a) $n=15$, **2** **b)** $n=30$, **2**

c) $n=27$, **2** **d)** $n=20$, **0**

11. Dane są dwie urny. W pierwszej urnie znajduje się pięć kul: dwie białe i trzy czarne. W drugiej urnie jest jedna kula biała i c kul czarnych. Losujemy kulę z drugiej urny i wrzucamy ją do pierwszej urny. Następnie z pierwszej urny losujemy jedną kulę. Niech $P(c)$ będzie prawdopodobieństwem, że jest to kula biała. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(6)=\mathbf{5/14}$ **b)** $P(4)=\mathbf{11/30}$

c) $P(3)=\mathbf{3/8}$ **d)** $P(5)=\mathbf{13/36}$

12. Rzucamy dwa razy kostką do gry. Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że suma liczb oczek wyrzuconych w obu rzutach jest podzielna przez n. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(6)=\mathbf{1/6}$ **b)** $P(7)=\mathbf{1/6}$

c) $P(4)=\mathbf{1/4}$ **d)** $P(5)=\mathbf{7/36}$

1. Podać kres górny zbioru, gdzie $\mathbb{N}=\{1,2,3,...\}$.

a) $\sup\left\{\left(-\frac{1}{2}\right)^n : n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/4}$

b) $\sup\left\{\frac{1}{30-n^3} : n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/3}$

c) $\sup\left\{\left(-\frac{1}{3}\right)^n : n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/9}$

d) $\sup\left\{\frac{1}{30-n^2} : n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/5}$

2. Podać sumę szeregu w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(5^{2^{1/n}}-5^{2^{1/(n+1)}}\right)=\mathbf{20}$ **b)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(2^{2^{1/n}}-2^{2^{1/(n+1)}}\right)=\mathbf{2}$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(4^{2^{1/n}}-4^{2^{1/(n+1)}}\right)=\mathbf{12}$ **d)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(3^{2^{1/n}}-3^{2^{1/(n+1)}}\right)=\mathbf{6}$

3. Niech $f(x)=x^2\cdot\sqrt{x}$. Podać wartości pochodnych podanych rzędów funkcji f w punkcie 1.

a) $f^{(5)}(1)=\mathbf{45/32}$ **b)** $f'''(1)=\mathbf{15/8}$

c) $f^{(4)}(1)=\mathbf{-15/16}$ **d)** $f''(1)=\mathbf{15/4}$

4. Podać wartość całki oznaczonej.

a) $\int\limits_0^1 \frac{x^5\,dx}{x^6+1} = \mathbf{\frac{ln2}{6}}$

b) $\int\limits_0^1 \frac{x^4\,dx}{x^5+1} = \mathbf{\frac{ln2}{5}}$

c) $\int\limits_0^1 \frac{x^2\,dx}{x^3+1} = \mathbf{\frac{ln2}{3}}$

d) $\int\limits_0^1 \frac{x^3\,dx}{x^4+1} = \mathbf{\frac{ln2}{4}}$

5. Niech

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x-1}{x} & \text{dla} \quad x \neq 0 \\ 1 & \text{dla} \quad x = 0 \end{cases}$$

Podać wartości pochodnych podanych rzędów funkcji f w zerze.

a) $f^{(11)}(0) = \mathbf{1/12}$

b) $f^{(10)}(0) = \mathbf{1/11}$

c) $f^{(12)}(0) = \mathbf{1/13}$

d) $f^{(13)}(0) = \mathbf{1/14}$

6. Podać liczbę liczb zespolonych z spełniających podane równanie.

a) $z^{10} + z^{30} = 2z^{20}$, **11**

b) $z^{12} + z^{28} = 2z^{20}$, **9**

c) $1 + z^{40} = 2z^{20}$, **20**

d) $z^{15} + z^{25} = 2z^{20}$, **6**

7. Dla podanej macierzy wypisać w kolejności niemalejącej jej wartości własne (z uwzględnieniem krotności).

a) $\begin{pmatrix} 37 & 6 \\ -6 & 0 \end{pmatrix}$ **1, 36**

b) $\begin{pmatrix} 15 & 6 \\ -6 & 0 \end{pmatrix}$ **3, 12**

c) $\begin{pmatrix} 20 & 6 \\ -6 & 0 \end{pmatrix}$ **2, 18**

d) $\begin{pmatrix} 13 & 6 \\ -6 & 0 \end{pmatrix}$ **4, 9**

8. Dla podanych liczb a i b wskazać liczbę rzeczywistą c o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych **jednorodnych** z trzema niewiadomymi, którego rozwiązaniami są $(1,2,3)$ oraz $(2,5,7)$, rozwiązaniem tego układu jest także (a,b,c).

a) $a=4, \quad b=7, \quad c=\mathbf{11}$

b) $a=3, \quad b=4, \quad c=\mathbf{7}$

c) $a=2, \quad b=7, \quad c=\mathbf{9}$

d) $a=1, \quad b=3, \quad c=\mathbf{4}$

9. Zbiorem elementów grupy jest zbiór liczb rzeczywistych, a działanie grupowe "$\circ$" jest określone wzorem $x\circ y=x+y+3$. Dla podanego elementu g tej grupy podać element do niego odwrotny.

a) $g=4, \quad g^{-1}=\mathbf{-10}$

b) $g=1, \quad g^{-1}=\mathbf{-7}$

c) $g=2, \quad g^{-1}=\mathbf{-8}$

d) $g=3, \quad g^{-1}=\mathbf{-9}$

10. Dla podanej liczby n podać liczbę elementów rzędu 3 w grupie izometrii n-kąta foremnego.

a) $n = 20$, **0** **b)** $n = 15$, **2**

c) $n = 30$, **2** **d)** $n = 27$, **2**

11. Dane są dwie urny. W pierwszej urnie znajduje się pięć kul: dwie białe i trzy czarne. W drugiej urnie jest jedna kula biała i c kul czarnych. Losujemy kulę z drugiej urny i wrzucamy ją do pierwszej urny. Następnie z pierwszej urny losujemy jedną kulę. Niech $P(c)$ będzie prawdopodobieństwem, że jest to kula biała. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(6) = \mathbf{5/14}$ **b)** $P(5) = \mathbf{13/36}$

c) $P(3) = \mathbf{3/8}$ **d)** $P(4) = \mathbf{11/30}$

12. Rzucamy dwa razy kostką do gry. Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że suma liczb oczek wyrzuconych w obu rzutach jest podzielna przez n. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(7) = \mathbf{1/6}$ **b)** $P(6) = \mathbf{1/6}$

c) $P(5) = \mathbf{7/36}$ **d)** $P(4) = \mathbf{1/4}$