1. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich liczb rzeczywistych x, dla których podany szereg jest zbieżny. Bardzo starannie pisać nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(\log_2\log_2 x)^n$, $\boldsymbol{\left(\sqrt{2},4\right)}$ b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(\log_2\log_3 x)^n$, $\boldsymbol{\left(\sqrt{3},9\right)}$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(\log_2\log_4 x)^n$, $\boldsymbol{\left(2,16\right)}$ d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(\log_4\log_2 x)^n$, $\boldsymbol{\left(\sqrt[4]{2},16\right)}$

2. Podać wartość granicy ciągu dla tak dobranej liczby k, aby granica ta była dodatnia i skończona. Podać także wybraną liczbę k.

a) $\lim\limits_{n\to\infty} n^k\cdot\left(\sqrt[5]{n^5+n}-n\right)=\mathbf{1/5}$ dla $k=\mathbf{3}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty} n^k\cdot\left(\sqrt[4]{n^4+n}-n\right)=\mathbf{1/4}$ dla $k=\mathbf{2}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty} n^k\cdot\left(\sqrt[3]{n^3+n}-n\right)=\mathbf{1/3}$ dla $k=\mathbf{1}$

d) $\lim\limits_{n\to\infty} n^k\cdot\left(\sqrt{n^2+n}-n\right)=\mathbf{1/2}$ dla $k=\mathbf{0}$

3. Podać kresy zbioru Z, gdzie $\mathbb{N}=\{1,2,3,\ldots\}$.

a) $Z=\left\{\frac{1}{2^n-30}:\ n\in\mathbb{N}\right\}$ $\inf Z=\mathbf{-1/14}$ $\sup Z=\mathbf{1/2}$

b) $Z=\left\{\frac{1}{2^n-20}:\ n\in\mathbb{N}\right\}$ $\inf Z=\mathbf{-1/4}$ $\sup Z=\mathbf{1/12}$

c) $Z=\left\{\frac{1}{2^n-50}:\ n\in\mathbb{N}\right\}$ $\inf Z=\mathbf{-1/18}$ $\sup Z=\mathbf{1/14}$

d) $Z=\left\{\frac{1}{2^n-40}:\ n\in\mathbb{N}\right\}$ $\inf Z=\mathbf{-1/8}$ $\sup Z=\mathbf{1/24}$

4. Niech $C(a,b)$ będzie zdefiniowane wzorem

$$C(a,b)=\int\limits_a^b \frac{dx}{\sqrt{24x+1}}\,.$$

Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $C(0,2)=\mathbf{1/2}$

b) $C(0,1)=\mathbf{1/3}$

c) $C(1,5)=\mathbf{1/2}$

d) $C(2,5)=\mathbf{1/3}$

5. Podać największą wartość funkcji f na okręgu o równaniu $x^2+y^2=2$.

a) $f(x,y)=x+y$, $\quad\mathbf{2}$

b) $f(x,y)=x+5y$, $\quad\mathbf{2\cdot\sqrt{13}=\sqrt{52}}$

c) $f(x,y)=x+3y$, $\quad\mathbf{2\cdot\sqrt{5}=\sqrt{20}}$

d) $f(x,y)=x+7y$, $\quad\mathbf{10}$

6. Niech $z=\sqrt{3}-i$. Podać w postaci kartezjańskiej:

a) $z^9=\mathbf{512\cdot i}$

b) $z^8=\mathbf{-128+128\sqrt{3}\cdot i}$

c) $z^6=\mathbf{-64}$

d) $z^7=\mathbf{-64\sqrt{3}+64\cdot i}$

7. Dla podanej macierzy wypisać w kolejności niemalejącej jej wartości własne (z uwzględnieniem krotności).

a) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ **−1, 2**

b) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$ **−2, 3**

c) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 20 & 1 \end{pmatrix}$ **−4, 5**

d) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 12 & 1 \end{pmatrix}$ **−3, 4**

8. Dla podanej macierzy wskazać taką wartość parametru p, aby wyznacznik macierzy był równy 0.

a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 5 & 13 \\ 7 & 40 & p \end{pmatrix}$, $p = \mathbf{87}$

b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 5 & 13 \\ 6 & 30 & p \end{pmatrix}$, $p = \mathbf{66}$

c) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 5 & 13 \\ 5 & 20 & p \end{pmatrix}$, $p = \mathbf{45}$

d) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 5 & 13 \\ 4 & 10 & p \end{pmatrix}$, $p = \mathbf{24}$

9. Zbiorem elementów grupy jest zbiór $\{1, 2, 3, \ldots, p-2, p-1\}$, natomiast działaniem jest mnożenie modulo p. Dla podanej liczby pierwszej p podać element odwrotny do 4.

a) $p = 19$, **5**

b) $p = 13$, **10**

c) $p = 11$, **3**

d) $p = 17$, **13**

10. Niech $E(n)$ będzie liczbą elementów rzędu n w grupie cyklicznej rzędu 240. Wówczas.

a) $E(50) = \mathbf{0}$ **b)** $E(40) = \mathbf{16}$

c) $E(20) = \mathbf{8}$ **d)** $E(30) = \mathbf{8}$

11. Rzucamy trzema kostkami do gry. Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że suma liczb wyrzuconych oczek jest równa n. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(14) = \mathbf{5/72}$ **b)** $P(17) = \mathbf{1/72}$

c) $P(16) = \mathbf{1/36}$ **d)** $P(15) = \mathbf{5/108}$

12. Gracz obstawia, że przy 5-krotnym rzucie monetą wypadnie co najmniej n orłów. Jeżeli tak się stanie, gracz wygra n złotych, w przeciwnym razie nie wygra nic. Niech $E(n)$ będzie wartością oczekiwaną wygranej gracza (w złotych). Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $E(2) = \mathbf{13/8} = \mathbf{1\frac{5}{8}}$ **b)** $E(3) = \mathbf{3/2} = \mathbf{1\frac{1}{2}}$

c) $E(4) = \mathbf{3/4}$ **d)** $E(1) = \mathbf{31/32}$

1. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich liczb rzeczywistych x, dla których podany szereg jest zbieżny. Bardzo starannie pisać nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(\log_2\log_4 x)^n$, $\mathbf{\left(2, 16\right)}$ **b)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(\log_2\log_3 x)^n$, $\mathbf{\left(\sqrt{3}, 9\right)}$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(\log_2\log_2 x)^n$, $\mathbf{\left(\sqrt{2}, 4\right)}$ **d)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(\log_4\log_2 x)^n$, $\mathbf{\left(\sqrt[4]{2}, 16\right)}$

2. Podać wartość granicy ciągu dla tak dobranej liczby k, aby granica ta była dodatnia i skończona. Podać także wybraną liczbę k.

a) $\lim\limits_{n\to\infty} n^k\cdot\left(\sqrt{n^2+n}-n\right)=\mathbf{1/2}$ dla $k=\mathbf{0}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty} n^k\cdot\left(\sqrt[3]{n^3+n}-n\right)=\mathbf{1/3}$ dla $k=\mathbf{1}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty} n^k\cdot\left(\sqrt[5]{n^5+n}-n\right)=\mathbf{1/5}$ dla $k=\mathbf{3}$

d) $\lim\limits_{n\to\infty} n^k\cdot\left(\sqrt[4]{n^4+n}-n\right)=\mathbf{1/4}$ dla $k=\mathbf{2}$

3. Podać kresy zbioru Z, gdzie $\mathbb{N}=\{1,2,3,\ldots\}$.

a) $Z=\left\{\frac{1}{2^n-50}:\ n\in\mathbb{N}\right\}$ $\inf Z=\mathbf{-1/18}$ $\sup Z=\mathbf{1/14}$

b) $Z=\left\{\frac{1}{2^n-30}:\ n\in\mathbb{N}\right\}$ $\inf Z=\mathbf{-1/14}$ $\sup Z=\mathbf{1/2}$

c) $Z=\left\{\frac{1}{2^n-20}:\ n\in\mathbb{N}\right\}$ $\inf Z=\mathbf{-1/4}$ $\sup Z=\mathbf{1/12}$

d) $Z=\left\{\frac{1}{2^n-40}:\ n\in\mathbb{N}\right\}$ $\inf Z=\mathbf{-1/8}$ $\sup Z=\mathbf{1/24}$

4. Niech $C(a,b)$ będzie zdefiniowane wzorem

$$C(a,b)=\int_a^b \frac{dx}{\sqrt{24x+1}}\,.$$

Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $C(0,2)=\mathbf{1/2}$

b) $C(2,5)=\mathbf{1/3}$

c) $C(1,5)=\mathbf{1/2}$

d) $C(0,1)=\mathbf{1/3}$

5. Podać największą wartość funkcji f na okręgu o równaniu $x^2+y^2=2$.

a) $f(x,y)=x+7y$, $\mathbf{10}$

b) $f(x,y)=x+5y$, $\mathbf{2\cdot\sqrt{13}=\sqrt{52}}$

c) $f(x,y)=x+3y$, $\mathbf{2\cdot\sqrt{5}=\sqrt{20}}$

d) $f(x,y)=x+y$, $\mathbf{2}$

6. Niech $z=\sqrt{3}-i$. Podać w postaci kartezjańskiej:

a) $z^8=\mathbf{-128+128\sqrt{3}\cdot i}$

b) $z^7=\mathbf{-64\sqrt{3}+64\cdot i}$

c) $z^9=\mathbf{512\cdot i}$

d) $z^6=\mathbf{-64}$

7. Dla podanej macierzy wypisać w kolejności niemalejącej jej wartości własne (z uwzględnieniem krotności).

a) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ **−1, 2**

b) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$ **−2, 3**

c) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 12 & 1 \end{pmatrix}$ **−3, 4**

d) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 20 & 1 \end{pmatrix}$ **−4, 5**

8. Dla podanej macierzy wskazać taką wartość parametru p, aby wyznacznik macierzy był równy 0.

a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 5 & 13 \\ 4 & 10 & p \end{pmatrix}$, $p = \mathbf{24}$

b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 5 & 13 \\ 6 & 30 & p \end{pmatrix}$, $p = \mathbf{66}$

c) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 5 & 13 \\ 5 & 20 & p \end{pmatrix}$, $p = \mathbf{45}$

d) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 5 & 13 \\ 7 & 40 & p \end{pmatrix}$, $p = \mathbf{87}$

9. Zbiorem elementów grupy jest zbiór $\{1, 2, 3, \ldots, p-2, p-1\}$, natomiast działaniem jest mnożenie modulo p. Dla podanej liczby pierwszej p podać element odwrotny do 4.

a) $p = 13$, **10**

b) $p = 17$, **13**

c) $p = 11$, **3**

d) $p = 19$, **5**

10. Niech $E(n)$ będzie liczbą elementów rzędu n w grupie cyklicznej rzędu 240. Wówczas.

a) $E(30) = \mathbf{8}$ b) $E(50) = \mathbf{0}$

c) $E(40) = \mathbf{16}$ d) $E(20) = \mathbf{8}$

11. Rzucamy trzema kostkami do gry. Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że suma liczb wyrzuconych oczek jest równa n. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(15) = \mathbf{5/108}$ b) $P(14) = \mathbf{5/72}$

c) $P(16) = \mathbf{1/36}$ d) $P(17) = \mathbf{1/72}$

12. Gracz obstawia, że przy 5-krotnym rzucie monetą wypadnie co najmniej n orłów. Jeżeli tak się stanie, gracz wygra n złotych, w przeciwnym razie nie wygra nic. Niech $E(n)$ będzie wartością oczekiwaną wygranej gracza (w złotych). Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $E(2) = \mathbf{13/8} = \mathbf{1\frac{5}{8}}$ b) $E(3) = \mathbf{3/2} = \mathbf{1\frac{1}{2}}$

c) $E(1) = \mathbf{31/32}$ d) $E(4) = \mathbf{3/4}$

1. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich liczb rzeczywistych x, dla których podany szereg jest zbieżny. Bardzo starannie pisać nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(\log_2\log_4 x)^n$, $\mathbf{\left(2, 16\right)}$ b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(\log_2\log_2 x)^n$, $\mathbf{\left(\sqrt{2}, 4\right)}$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(\log_4\log_2 x)^n$, $\mathbf{\left(\sqrt[4]{2}, 16\right)}$ d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(\log_2\log_3 x)^n$, $\mathbf{\left(\sqrt{3}, 9\right)}$

2. Podać wartość granicy ciągu dla tak dobranej liczby k, aby granica ta była dodatnia i skończona. Podać także wybraną liczbę k.

a) $\lim\limits_{n\to\infty} n^k\cdot\left(\sqrt[5]{n^5+n}-n\right)=\mathbf{1/5}$ dla $k=\mathbf{3}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty} n^k\cdot\left(\sqrt[3]{n^3+n}-n\right)=\mathbf{1/3}$ dla $k=\mathbf{1}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty} n^k\cdot\left(\sqrt{n^2+n}-n\right)=\mathbf{1/2}$ dla $k=\mathbf{0}$

d) $\lim\limits_{n\to\infty} n^k\cdot\left(\sqrt[4]{n^4+n}-n\right)=\mathbf{1/4}$ dla $k=\mathbf{2}$

3. Podać kresy zbioru Z, gdzie $\mathbb{N}=\{1,2,3,\ldots\}$.

a) $Z=\left\{\frac{1}{2^n-20}:\ n\in\mathbb{N}\right\}$ $\inf Z=\mathbf{-1/4}$ $\sup Z=\mathbf{1/12}$

b) $Z=\left\{\frac{1}{2^n-30}:\ n\in\mathbb{N}\right\}$ $\inf Z=\mathbf{-1/14}$ $\sup Z=\mathbf{1/2}$

c) $Z=\left\{\frac{1}{2^n-50}:\ n\in\mathbb{N}\right\}$ $\inf Z=\mathbf{-1/18}$ $\sup Z=\mathbf{1/14}$

d) $Z=\left\{\frac{1}{2^n-40}:\ n\in\mathbb{N}\right\}$ $\inf Z=\mathbf{-1/8}$ $\sup Z=\mathbf{1/24}$

4. Niech $C(a,b)$ będzie zdefiniowane wzorem

$$C(a,b)=\int\limits_a^b \frac{dx}{\sqrt{24x+1}}\,.$$

Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $C(0,2)=\mathbf{1/2}$ **b)** $C(1,5)=\mathbf{1/2}$

c) $C(2,5)=\mathbf{1/3}$ **d)** $C(0,1)=\mathbf{1/3}$

5. Podać największą wartość funkcji f na okręgu o równaniu $x^2+y^2=2$.

a) $f(x,y)=x+3y,\quad \mathbf{2\cdot\sqrt{5}=\sqrt{20}}$

b) $f(x,y)=x+y,\quad \mathbf{2}$

c) $f(x,y)=x+7y,\quad \mathbf{10}$

d) $f(x,y)=x+5y,\quad \mathbf{2\cdot\sqrt{13}=\sqrt{52}}$

6. Niech $z=\sqrt{3}-i$. Podać w postaci kartezjańskiej:

a) $z^8=\mathbf{-128+128\sqrt{3}\cdot i}$

b) $z^7=\mathbf{-64\sqrt{3}+64\cdot i}$

c) $z^9=\mathbf{512\cdot i}$

d) $z^6=\mathbf{-64}$

7. Dla podanej macierzy wypisać w kolejności niemalejącej jej wartości własne (z uwzględnieniem krotności).

a) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$ **−2, 3**

b) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 12 & 1 \end{pmatrix}$ **−3, 4**

c) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ **−1, 2**

d) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 20 & 1 \end{pmatrix}$ **−4, 5**

8. Dla podanej macierzy wskazać taką wartość parametru p, aby wyznacznik macierzy był równy 0.

a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 5 & 13 \\ 7 & 40 & p \end{pmatrix}, \quad p = \mathbf{87}$

b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 5 & 13 \\ 6 & 30 & p \end{pmatrix}, \quad p = \mathbf{66}$

c) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 5 & 13 \\ 5 & 20 & p \end{pmatrix}, \quad p = \mathbf{45}$

d) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 5 & 13 \\ 4 & 10 & p \end{pmatrix}, \quad p = \mathbf{24}$

9. Zbiorem elementów grupy jest zbiór $\{1, 2, 3, \ldots, p-2, p-1\}$, natomiast działaniem jest mnożenie modulo p. Dla podanej liczby pierwszej p podać element odwrotny do 4.

a) $p = 13$, **10**

b) $p = 19$, **5**

c) $p = 11$, **3**

d) $p = 17$, **13**

10. Niech $E(n)$ będzie liczbą elementów rzędu n w grupie cyklicznej rzędu 240. Wówczas.

a) $E(20) = \mathbf{8}$

b) $E(50) = \mathbf{0}$

c) $E(40) = \mathbf{16}$

d) $E(30) = \mathbf{8}$

11. Rzucamy trzema kostkami do gry. Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że suma liczb wyrzuconych oczek jest równa n. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(14) = \mathbf{5/72}$

b) $P(16) = \mathbf{1/36}$

c) $P(17) = \mathbf{1/72}$

d) $P(15) = \mathbf{5/108}$

12. Gracz obstawia, że przy 5-krotnym rzucie monetą wypadnie co najmniej n orłów. Jeżeli tak się stanie, gracz wygra n złotych, w przeciwnym razie nie wygra nic. Niech $E(n)$ będzie wartością oczekiwaną wygranej gracza (w złotych). Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $E(3) = \mathbf{3/2} = \mathbf{1\frac{1}{2}}$

b) $E(4) = \mathbf{3/4}$

c) $E(1) = \mathbf{31/32}$

d) $E(2) = \mathbf{13/8} = \mathbf{1\frac{5}{8}}$

1. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich liczb rzeczywistych x, dla których podany szereg jest zbieżny. Bardzo starannie pisać nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $\sum_{n=1}^{\infty}(\log_2\log_2 x)^n$, $\left(\boldsymbol{\sqrt{2},4}\right)$ **b)** $\sum_{n=1}^{\infty}(\log_4\log_2 x)^n$, $\left(\boldsymbol{\sqrt[4]{2},16}\right)$

c) $\sum_{n=1}^{\infty}(\log_2\log_3 x)^n$, $\left(\boldsymbol{\sqrt{3},9}\right)$ **d)** $\sum_{n=1}^{\infty}(\log_2\log_4 x)^n$, $\left(\boldsymbol{2,16}\right)$

2. Podać wartość granicy ciągu dla tak dobranej liczby k, aby granica ta była dodatnia i skończona. Podać także wybraną liczbę k.

a) $\lim\limits_{n\to\infty} n^k\cdot\left(\sqrt[5]{n^5+n}-n\right)=\mathbf{1/5}$ dla $k=\mathbf{3}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty} n^k\cdot\left(\sqrt{n^2+n}-n\right)=\mathbf{1/2}$ dla $k=\mathbf{0}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty} n^k\cdot\left(\sqrt[4]{n^4+n}-n\right)=\mathbf{1/4}$ dla $k=\mathbf{2}$

d) $\lim\limits_{n\to\infty} n^k\cdot\left(\sqrt[3]{n^3+n}-n\right)=\mathbf{1/3}$ dla $k=\mathbf{1}$

3. Podać kresy zbioru Z, gdzie $\mathbb{N}=\{1,2,3,\ldots\}$.

a) $Z=\left\{\frac{1}{2^n-50}:\ n\in\mathbb{N}\right\}$ $\inf Z=\mathbf{-1/18}$ $\sup Z=\mathbf{1/14}$

b) $Z=\left\{\frac{1}{2^n-30}:\ n\in\mathbb{N}\right\}$ $\inf Z=\mathbf{-1/14}$ $\sup Z=\mathbf{1/2}$

c) $Z=\left\{\frac{1}{2^n-40}:\ n\in\mathbb{N}\right\}$ $\inf Z=\mathbf{-1/8}$ $\sup Z=\mathbf{1/24}$

d) $Z=\left\{\frac{1}{2^n-20}:\ n\in\mathbb{N}\right\}$ $\inf Z=\mathbf{-1/4}$ $\sup Z=\mathbf{1/12}$

4. Niech $C(a,b)$ będzie zdefiniowane wzorem

$$C(a,b)=\int_a^b \frac{dx}{\sqrt{24x+1}}\,.$$

Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $C(0,2)=\mathbf{1/2}$ **b)** $C(2,5)=\mathbf{1/3}$

c) $C(0,1)=\mathbf{1/3}$ **d)** $C(1,5)=\mathbf{1/2}$

5. Podać największą wartość funkcji f na okręgu o równaniu $x^2+y^2=2$.

a) $f(x,y)=x+3y,\quad \mathbf{2\cdot\sqrt{5}=\sqrt{20}}$

b) $f(x,y)=x+y,\quad \mathbf{2}$

c) $f(x,y)=x+5y,\quad \mathbf{2\cdot\sqrt{13}=\sqrt{52}}$

d) $f(x,y)=x+7y,\quad \mathbf{10}$

6. Niech $z=\sqrt{3}-i$. Podać w postaci kartezjańskiej:

a) $z^8=\mathbf{-128+128\sqrt{3}\cdot i}$

b) $z^7=\mathbf{-64\sqrt{3}+64\cdot i}$

c) $z^9=\mathbf{512\cdot i}$

d) $z^6=\mathbf{-64}$

7. Dla podanej macierzy wypisać w kolejności niemalejącej jej wartości własne (z uwzględnieniem krotności).

a) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 20 & 1 \end{pmatrix}$ $\mathbf{-4,\ 5}$ **b)** $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$ $\mathbf{-2,\ 3}$

c) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 12 & 1 \end{pmatrix}$ $\mathbf{-3,\ 4}$ **d)** $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ $\mathbf{-1,\ 2}$

8. Dla podanej macierzy wskazać taką wartość parametru p, aby wyznacznik macierzy był równy 0.

a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 5 & 13 \\ 7 & 40 & p \end{pmatrix}$, $p = \mathbf{87}$

b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 5 & 13 \\ 6 & 30 & p \end{pmatrix}$, $p = \mathbf{66}$

c) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 5 & 13 \\ 5 & 20 & p \end{pmatrix}$, $p = \mathbf{45}$

d) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 5 & 13 \\ 4 & 10 & p \end{pmatrix}$, $p = \mathbf{24}$

9. Zbiorem elementów grupy jest zbiór $\{1, 2, 3, \ldots, p-2, p-1\}$, natomiast działaniem jest mnożenie modulo p. Dla podanej liczby pierwszej p podać element odwrotny do 4.

a) $p = 19$, **5** **b)** $p = 11$, **3**

c) $p = 13$, **10** **d)** $p = 17$, **13**

10. Niech $E(n)$ będzie liczbą elementów rzędu n w grupie cyklicznej rzędu 240. Wówczas.

a) $E(30) = \mathbf{8}$

b) $E(20) = \mathbf{8}$

c) $E(50) = \mathbf{0}$

d) $E(40) = \mathbf{16}$

11. Rzucamy trzema kostkami do gry. Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że suma liczb wyrzuconych oczek jest równa n. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(14) = \mathbf{5/72}$

b) $P(15) = \mathbf{5/108}$

c) $P(17) = \mathbf{1/72}$

d) $P(16) = \mathbf{1/36}$

12. Gracz obstawia, że przy 5-krotnym rzucie monetą wypadnie co najmniej n orłów. Jeżeli tak się stanie, gracz wygra n złotych, w przeciwnym razie nie wygra nic. Niech $E(n)$ będzie wartością oczekiwaną wygranej gracza (w złotych). Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $E(4) = \mathbf{3/4}$

b) $E(3) = \mathbf{3/2} = \mathbf{1\tfrac{1}{2}}$

c) $E(2) = \mathbf{13/8} = \mathbf{1\tfrac{5}{8}}$

d) $E(1) = \mathbf{31/32}$