1. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich liczb rzeczywistych x, dla których podany szereg jest zbieżny. Bardzo starannie pisać nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(\log_2 x)^n$, $\boldsymbol{\left(1/2,\, 2\right)}$

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(\log_3 x)^n}{\sqrt{n}}$, $\boldsymbol{\left[1/3,\, 3\right)}$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(\log_5 x)^n}{n}$, $\boldsymbol{\left[1/5,\, 5\right)}$

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(\log_7 x)^n}{n^2}$, $\boldsymbol{\left[1/7,\, 7\right]}$

2. Podać wartość granicy:

a) $\lim\limits_{x\to\infty}\operatorname{arctg}\left(\left(\sqrt[6]{6}-\sqrt{2}\right)\cdot x\right)=\boldsymbol{-\pi/2}$

b) $\lim\limits_{x\to\infty}\operatorname{arctg}\left(\left(\sqrt[5]{5}-\sqrt{2}\right)\cdot x\right)=\boldsymbol{-\pi/2}$

c) $\lim\limits_{x\to\infty}\operatorname{arctg}\left(\left(\sqrt[4]{4}-\sqrt{2}\right)\cdot x\right)=\mathbf{0}$

d) $\lim\limits_{x\to\infty}\operatorname{arctg}\left(\left(\sqrt[3]{3}-\sqrt{2}\right)\cdot x\right)=\boldsymbol{\pi/2}$

3. Podać sumę szeregu w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2019}{2020}\right)^n=\mathbf{2019}$

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{4}{5}\right)^n=\mathbf{4}$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{34}{55}\right)^n=\mathbf{34/21}$

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{21}{55}\right)^n=\mathbf{21/34}$

4. Niech $C(a,b)$ będzie zdefiniowane wzorem

$$C(a,b)=\int\limits_a^b \frac{x\,dx}{(x^2+1)^3}\,.$$

Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $C(0,2)=\mathbf{6/25}$ b) $C(0,1)=\mathbf{3/16}$

c) $C(1,3)=\mathbf{3/50}$ d) $C(2,3)=\mathbf{3/400}$

5. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru p, dla których podane wyrażenie przyjmuje tylko wartości nieujemne przy $x,y\in\mathbb{R}$. Bardzo starannie pisać nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $x^2+pxy+y^2$, $\left[\mathbf{-2,\ 2}\right]$

b) $9x^2+pxy+y^2$, $\left[\mathbf{-6,\ 6}\right]$

c) $x^2+pxy+4y^2$, $\left[\mathbf{-4,\ 4}\right]$

d) $9x^2+pxy+4y^2$, $\left[\mathbf{-12,\ 12}\right]$

6. Dla podanej liczby a podać taką liczbę rzeczywistą dodatnią b, aby dla liczby zespolonej $z=a+bi$ liczba $z+\frac{1}{z}$ była rzeczywista.

a) $a=\frac{4}{5}$, $b=\mathbf{\frac{3}{5}}$ b) $a=\frac{3}{5}$, $b=\mathbf{\frac{4}{5}}$

c) $a=\frac{1}{5}$, $b=\mathbf{\frac{\sqrt{24}}{5}}$ d) $a=\frac{2}{5}$, $b=\mathbf{\frac{\sqrt{21}}{5}}$

7. Wyznacznik macierzy $\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & j & k & l \\ m & n & p & q \end{pmatrix}$ jest równy 1. Podać wyznacznik podanej macierzy.

a) $\det\begin{pmatrix} 2a & 2b & 2c & 2d \\ 2e & 2f & 2g & 2h \\ 2i & 2j & 2k & 2l \\ 2m & 2n & 2p & 2q \end{pmatrix} = \mathbf{16}$

b) $\det\begin{pmatrix} 4a & 2b & 2c & 2d \\ 2e & f & g & h \\ 2i & j & k & l \\ 2m & n & p & q \end{pmatrix} = \mathbf{4}$

c) $\det\begin{pmatrix} 4a & 2b & 2c & 2d \\ 6e & 3f & 3g & 3h \\ 6i & 3j & 3k & 3l \\ 2m & n & p & q \end{pmatrix} = \mathbf{36}$

d) $\det\begin{pmatrix} 3a & 3b & 3c & 3d \\ 3e & 3f & 3g & 3h \\ 3i & 3j & 3k & 3l \\ 3m & 3n & 3p & 3q \end{pmatrix} = \mathbf{81}$

8. Podać taką liczbę rzeczywistą p, aby liczba 1 była wartością własną podanej macierzy.

a) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ p & 6 \end{pmatrix}$ $p = \mathbf{-5}$

b) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ p & 5 \end{pmatrix}$ $p = \mathbf{-4}$

c) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ p & 4 \end{pmatrix}$ $p = \mathbf{-3}$

d) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ p & 3 \end{pmatrix}$ $p = \mathbf{-2}$

9. Dla podanej liczby r podać liczbę elementów rzędu r w grupie izometrii 60-kąta foremnego.

a) $r=5$, **4**

b) $r=3$, **2**

c) $r=2$, **61**

d) $r=4$, **2**

10. Dla podanej liczby k podać najmniejszą taką liczbę naturalną n, że w grupie permutacji S_n istnieje element rzędu k.

a) $k=66$, $n=$ **16**

b) $k=65$, $n=$ **18**

c) $k=63$, $n=$ **16**

d) $k=64$, $n=$ **64**

11. Gracz obstawia, że przy 6-krotnym rzucie monetą wypadnie dokładnie n orłów. Jeżeli tak się stanie, gracz wygra n złotych, w przeciwnym razie nie wygra nic. Niech $E(n)$ będzie wartością oczekiwaną wygranej gracza (w złotych). Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $E(5)=$ **15/32**

b) $E(2)=$ **15/32**

c) $E(3)=$ **15/16**

d) $E(4)=$ **15/16**

12. W urnie jest 6 kul białych i 4 kule czarnych. Losujemy (bez zwracania) trzy kule. Niech $P(b)$ oznacza prawdopodobieństwo, że wylosowano dokładnie b kul białych. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(1)=$ **3/10**

b) $P(2)=$ **1/2**

c) $P(3)=$ **1/6**

d) $P(0)=$ **1/30**

1. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich liczb rzeczywistych x, dla których podany szereg jest zbieżny. Bardzo starannie pisać nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(\log_5 x)^n}{n}$, $\boldsymbol{\left[1/5, 5\right)}$

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(\log_3 x)^n}{\sqrt{n}}$, $\boldsymbol{\left[1/3, 3\right)}$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (\log_2 x)^n$, $\boldsymbol{\left(1/2, 2\right)}$

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(\log_7 x)^n}{n^2}$, $\boldsymbol{\left[1/7, 7\right]}$

2. Podać wartość granicy:

a) $\lim\limits_{x\to\infty} \operatorname{arctg}\left(\left(\sqrt[3]{3}-\sqrt{2}\right)\cdot x\right) = \boldsymbol{\pi/2}$

b) $\lim\limits_{x\to\infty} \operatorname{arctg}\left(\left(\sqrt[4]{4}-\sqrt{2}\right)\cdot x\right) = \mathbf{0}$

c) $\lim\limits_{x\to\infty} \operatorname{arctg}\left(\left(\sqrt[6]{6}-\sqrt{2}\right)\cdot x\right) = \boldsymbol{-\pi/2}$

d) $\lim\limits_{x\to\infty} \operatorname{arctg}\left(\left(\sqrt[5]{5}-\sqrt{2}\right)\cdot x\right) = \boldsymbol{-\pi/2}$

3. Podać sumę szeregu w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{34}{55}\right)^n = \mathbf{34/21}$

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2019}{2020}\right)^n = \mathbf{2019}$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4}{5}\right)^n = \mathbf{4}$

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{21}{55}\right)^n = \mathbf{21/34}$

4. Niech $C(a,b)$ będzie zdefiniowane wzorem

$$C(a,b)=\int\limits_a^b \frac{x\,dx}{(x^2+1)^3}\,.$$

Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $C(0,2)=\mathbf{6/25}$ **b)** $C(2,3)=\mathbf{3/400}$

c) $C(1,3)=\mathbf{3/50}$ **d)** $C(0,1)=\mathbf{3/16}$

5. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru p, dla których podane wyrażenie przyjmuje tylko wartości nieujemne przy $x,y\in\mathbb{R}$. Bardzo starannie pisać nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $9x^2+pxy+4y^2$, $\left[\mathbf{-12,\,12}\right]$

b) $9x^2+pxy+y^2$, $\left[\mathbf{-6,\,6}\right]$

c) $x^2+pxy+4y^2$, $\left[\mathbf{-4,\,4}\right]$

d) $x^2+pxy+y^2$, $\left[\mathbf{-2,\,2}\right]$

6. Dla podanej liczby a podać taką liczbę rzeczywistą dodatnią b, aby dla liczby zespolonej $z=a+bi$ liczba $z+\frac{1}{z}$ była rzeczywista.

a) $a=\frac{3}{5}$, $b=\mathbf{\frac{4}{5}}$ **b)** $a=\frac{2}{5}$, $b=\mathbf{\frac{\sqrt{21}}{5}}$

c) $a=\frac{4}{5}$, $b=\mathbf{\frac{3}{5}}$ **d)** $a=\frac{1}{5}$, $b=\mathbf{\frac{\sqrt{24}}{5}}$

7. Wyznacznik macierzy $\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & j & k & l \\ m & n & p & q \end{pmatrix}$ jest równy 1. Podać wyznacznik podanej macierzy.

a) $\det\begin{pmatrix} 2a & 2b & 2c & 2d \\ 2e & 2f & 2g & 2h \\ 2i & 2j & 2k & 2l \\ 2m & 2n & 2p & 2q \end{pmatrix} = \mathbf{16}$

b) $\det\begin{pmatrix} 4a & 2b & 2c & 2d \\ 2e & f & g & h \\ 2i & j & k & l \\ 2m & n & p & q \end{pmatrix} = \mathbf{4}$

c) $\det\begin{pmatrix} 3a & 3b & 3c & 3d \\ 3e & 3f & 3g & 3h \\ 3i & 3j & 3k & 3l \\ 3m & 3n & 3p & 3q \end{pmatrix} = \mathbf{81}$

d) $\det\begin{pmatrix} 4a & 2b & 2c & 2d \\ 6e & 3f & 3g & 3h \\ 6i & 3j & 3k & 3l \\ 2m & n & p & q \end{pmatrix} = \mathbf{36}$

8. Podać taką liczbę rzeczywistą p, aby liczba 1 była wartością własną podanej macierzy.

a) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ p & 3 \end{pmatrix}$ $p = \mathbf{-2}$

b) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ p & 5 \end{pmatrix}$ $p = \mathbf{-4}$

c) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ p & 4 \end{pmatrix}$ $p = \mathbf{-3}$

d) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ p & 6 \end{pmatrix}$ $p = \mathbf{-5}$

9. Dla podanej liczby r podać liczbę elementów rzędu r w grupie izometrii 60-kąta foremnego.

a) $r=3$, **2**

b) $r=4$, **2**

c) $r=2$, **61**

d) $r=5$, **4**

10. Dla podanej liczby k podać najmniejszą taką liczbę naturalną n, że w grupie permutacji S_n istnieje element rzędu k.

a) $k=64$, $n=\mathbf{64}$

b) $k=66$, $n=\mathbf{16}$

c) $k=65$, $n=\mathbf{18}$

d) $k=63$, $n=\mathbf{16}$

11. Gracz obstawia, że przy 6-krotnym rzucie monetą wypadnie dokładnie n orłów. Jeżeli tak się stanie, gracz wygra n złotych, w przeciwnym razie nie wygra nic. Niech $E(n)$ będzie wartością oczekiwaną wygranej gracza (w złotych). Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $E(4)=\mathbf{15/16}$

b) $E(5)=\mathbf{15/32}$

c) $E(3)=\mathbf{15/16}$

d) $E(2)=\mathbf{15/32}$

12. W urnie jest 6 kul białych i 4 kule czarnych. Losujemy (bez zwracania) trzy kule. Niech $P(b)$ oznacza prawdopodobieństwo, że wylosowano dokładnie b kul białych. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(1)=\mathbf{3/10}$

b) $P(2)=\mathbf{1/2}$

c) $P(0)=\mathbf{1/30}$

d) $P(3)=\mathbf{1/6}$

1. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich liczb rzeczywistych x, dla których podany szereg jest zbieżny. Bardzo starannie pisać nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\log_5 x)^n}{n}$, $\boldsymbol{\left[1/5, 5\right)}$

b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (\log_2 x)^n$, $\boldsymbol{\left(1/2, 2\right)}$

c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\log_7 x)^n}{n^2}$, $\boldsymbol{\left[1/7, 7\right]}$

d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\log_3 x)^n}{\sqrt{n}}$, $\boldsymbol{\left[1/3, 3\right)}$

2. Podać wartość granicy:

a) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \operatorname{arctg}\left(\left(\sqrt[6]{6}-\sqrt{2}\right)\cdot x\right) = \boldsymbol{-\pi/2}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \operatorname{arctg}\left(\left(\sqrt[4]{4}-\sqrt{2}\right)\cdot x\right) = \mathbf{0}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \operatorname{arctg}\left(\left(\sqrt[3]{3}-\sqrt{2}\right)\cdot x\right) = \boldsymbol{\pi/2}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \operatorname{arctg}\left(\left(\sqrt[5]{5}-\sqrt{2}\right)\cdot x\right) = \boldsymbol{-\pi/2}$

3. Podać sumę szeregu w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4}{5}\right)^n = \mathbf{4}$

b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2019}{2020}\right)^n = \mathbf{2019}$

c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{34}{55}\right)^n = \mathbf{34/21}$

d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{21}{55}\right)^n = \mathbf{21/34}$

4. Niech $C(a,b)$ będzie zdefiniowane wzorem

$$C(a,b)=\int\limits_a^b \frac{x\,dx}{(x^2+1)^3}\,.$$

Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $C(0,2)=\mathbf{6/25}$ **b)** $C(1,3)=\mathbf{3/50}$

c) $C(2,3)=\mathbf{3/400}$ **d)** $C(0,1)=\mathbf{3/16}$

5. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru p, dla których podane wyrażenie przyjmuje tylko wartości nieujemne przy $x,y\in\mathbb{R}$. Bardzo starannie pisać nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $x^2+pxy+4y^2$, $\left[\mathbf{-4,\,4}\right]$

b) $x^2+pxy+y^2$, $\left[\mathbf{-2,\,2}\right]$

c) $9x^2+pxy+4y^2$, $\left[\mathbf{-12,\,12}\right]$

d) $9x^2+pxy+y^2$, $\left[\mathbf{-6,\,6}\right]$

6. Dla podanej liczby a podać taką liczbę rzeczywistą dodatnią b, aby dla liczby zespolonej $z=a+bi$ liczba $z+\frac{1}{z}$ była rzeczywista.

a) $a=\frac{3}{5}$, $b=\mathbf{\frac{4}{5}}$ **b)** $a=\frac{2}{5}$, $b=\mathbf{\frac{\sqrt{21}}{5}}$

c) $a=\frac{4}{5}$, $b=\mathbf{\frac{3}{5}}$ **d)** $a=\frac{1}{5}$, $b=\mathbf{\frac{\sqrt{24}}{5}}$

7. Wyznacznik macierzy $\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & j & k & l \\ m & n & p & q \end{pmatrix}$ jest równy 1. Podać wyznacznik podanej macierzy.

a) $\det\begin{pmatrix} 4a & 2b & 2c & 2d \\ 2e & f & g & h \\ 2i & j & k & l \\ 2m & n & p & q \end{pmatrix} = \mathbf{4}$

b) $\det\begin{pmatrix} 3a & 3b & 3c & 3d \\ 3e & 3f & 3g & 3h \\ 3i & 3j & 3k & 3l \\ 3m & 3n & 3p & 3q \end{pmatrix} = \mathbf{81}$

c) $\det\begin{pmatrix} 2a & 2b & 2c & 2d \\ 2e & 2f & 2g & 2h \\ 2i & 2j & 2k & 2l \\ 2m & 2n & 2p & 2q \end{pmatrix} = \mathbf{16}$

d) $\det\begin{pmatrix} 4a & 2b & 2c & 2d \\ 6e & 3f & 3g & 3h \\ 6i & 3j & 3k & 3l \\ 2m & n & p & q \end{pmatrix} = \mathbf{36}$

8. Podać taką liczbę rzeczywistą p, aby liczba 1 była wartością własną podanej macierzy.

a) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ p & 6 \end{pmatrix}$ $p = \mathbf{-5}$

b) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ p & 5 \end{pmatrix}$ $p = \mathbf{-4}$

c) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ p & 4 \end{pmatrix}$ $p = \mathbf{-3}$

d) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ p & 3 \end{pmatrix}$ $p = \mathbf{-2}$

9. Dla podanej liczby r podać liczbę elementów rzędu r w grupie izometrii 60-kąta foremnego.

a) $r=3$, **2**

b) $r=5$, **4**

c) $r=2$, **61**

d) $r=4$, **2**

10. Dla podanej liczby k podać najmniejszą taką liczbę naturalną n, że w grupie permutacji S_n istnieje element rzędu k.

a) $k=63$, $n=\mathbf{16}$

b) $k=66$, $n=\mathbf{16}$

c) $k=65$, $n=\mathbf{18}$

d) $k=64$, $n=\mathbf{64}$

11. Gracz obstawia, że przy 6-krotnym rzucie monetą wypadnie dokładnie n orłów. Jeżeli tak się stanie, gracz wygra n złotych, w przeciwnym razie nie wygra nic. Niech $E(n)$ będzie wartością oczekiwaną wygranej gracza (w złotych). Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $E(5)=\mathbf{15/32}$

b) $E(3)=\mathbf{15/16}$

c) $E(2)=\mathbf{15/32}$

d) $E(4)=\mathbf{15/16}$

12. W urnie jest 6 kul białych i 4 kule czarnych. Losujemy (bez zwracania) trzy kule. Niech $P(b)$ oznacza prawdopodobieństwo, że wylosowano dokładnie b kul białych. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(2)=\mathbf{1/2}$

b) $P(3)=\mathbf{1/6}$

c) $P(0)=\mathbf{1/30}$

d) $P(1)=\mathbf{3/10}$

1. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich liczb rzeczywistych x, dla których podany szereg jest zbieżny. Bardzo starannie pisać nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $\sum_{n=1}^{\infty}(\log_2 x)^n$, $\mathbf{\left(1/2, 2\right)}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(\log_7 x)^n}{n^2}$, $\mathbf{\left[1/7, 7\right]}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(\log_3 x)^n}{\sqrt{n}}$, $\mathbf{\left[1/3, 3\right)}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(\log_5 x)^n}{n}$, $\mathbf{\left[1/5, 5\right)}$

2. Podać wartość granicy:

a) $\lim_{x\to\infty}\operatorname{arctg}\left(\left(\sqrt[6]{6}-\sqrt{2}\right)\cdot x\right)=\boldsymbol{-\pi/2}$

b) $\lim_{x\to\infty}\operatorname{arctg}\left(\left(\sqrt[3]{3}-\sqrt{2}\right)\cdot x\right)=\boldsymbol{\pi/2}$

c) $\lim_{x\to\infty}\operatorname{arctg}\left(\left(\sqrt[5]{5}-\sqrt{2}\right)\cdot x\right)=\boldsymbol{-\pi/2}$

d) $\lim_{x\to\infty}\operatorname{arctg}\left(\left(\sqrt[4]{4}-\sqrt{2}\right)\cdot x\right)=\mathbf{0}$

3. Podać sumę szeregu w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{34}{55}\right)^n=\mathbf{34/21}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2019}{2020}\right)^n=\mathbf{2019}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{21}{55}\right)^n=\mathbf{21/34}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{4}{5}\right)^n=\mathbf{4}$

4. Niech $C(a,b)$ będzie zdefiniowane wzorem

$$C(a,b)=\int\limits_a^b \frac{x\,dx}{(x^2+1)^3}\,.$$

Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $C(0,2)=\mathbf{6/25}$ **b)** $C(2,3)=\mathbf{3/400}$

c) $C(0,1)=\mathbf{3/16}$ **d)** $C(1,3)=\mathbf{3/50}$

5. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru p, dla których podane wyrażenie przyjmuje tylko wartości nieujemne przy $x,y\in\mathbb{R}$. Bardzo starannie pisać nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $x^2+pxy+4y^2$, $\left[\mathbf{-4,\,4}\right]$

b) $x^2+pxy+y^2$, $\left[\mathbf{-2,\,2}\right]$

c) $9x^2+pxy+y^2$, $\left[\mathbf{-6,\,6}\right]$

d) $9x^2+pxy+4y^2$, $\left[\mathbf{-12,\,12}\right]$

6. Dla podanej liczby a podać taką liczbę rzeczywistą dodatnią b, aby dla liczby zespolonej $z=a+bi$ liczba $z+\frac{1}{z}$ była rzeczywista.

a) $a=\frac{3}{5}$, $b=\mathbf{\frac{4}{5}}$ **b)** $a=\frac{2}{5}$, $b=\mathbf{\frac{\sqrt{21}}{5}}$

c) $a=\frac{4}{5}$, $b=\mathbf{\frac{3}{5}}$ **d)** $a=\frac{1}{5}$, $b=\mathbf{\frac{\sqrt{24}}{5}}$

7. Wyznacznik macierzy $\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & j & k & l \\ m & n & p & q \end{pmatrix}$ jest równy 1. Podać wyznacznik podanej macierzy.

a) $\det\begin{pmatrix} 4a & 2b & 2c & 2d \\ 6e & 3f & 3g & 3h \\ 6i & 3j & 3k & 3l \\ 2m & n & p & q \end{pmatrix} = \mathbf{36}$

b) $\det\begin{pmatrix} 4a & 2b & 2c & 2d \\ 2e & f & g & h \\ 2i & j & k & l \\ 2m & n & p & q \end{pmatrix} = \mathbf{4}$

c) $\det\begin{pmatrix} 3a & 3b & 3c & 3d \\ 3e & 3f & 3g & 3h \\ 3i & 3j & 3k & 3l \\ 3m & 3n & 3p & 3q \end{pmatrix} = \mathbf{81}$

d) $\det\begin{pmatrix} 2a & 2b & 2c & 2d \\ 2e & 2f & 2g & 2h \\ 2i & 2j & 2k & 2l \\ 2m & 2n & 2p & 2q \end{pmatrix} = \mathbf{16}$

8. Podać taką liczbę rzeczywistą p, aby liczba 1 była wartością własną podanej macierzy.

a) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ p & 6 \end{pmatrix}$ $p = \mathbf{-5}$

b) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ p & 5 \end{pmatrix}$ $p = \mathbf{-4}$

c) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ p & 4 \end{pmatrix}$ $p = \mathbf{-3}$

d) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ p & 3 \end{pmatrix}$ $p = \mathbf{-2}$

9. Dla podanej liczby r podać liczbę elementów rzędu r w grupie izometrii 60-kąta foremnego.

a) $r=5$, **4**

b) $r=2$, **61**

c) $r=3$, **2**

d) $r=4$, **2**

10. Dla podanej liczby k podać najmniejszą taką liczbę naturalną n, że w grupie permutacji S_n istnieje element rzędu k.

a) $k=64$, $n=\mathbf{64}$

b) $k=63$, $n=\mathbf{16}$

c) $k=66$, $n=\mathbf{16}$

d) $k=65$, $n=\mathbf{18}$

11. Gracz obstawia, że przy 6-krotnym rzucie monetą wypadnie dokładnie n orłów. Jeżeli tak się stanie, gracz wygra n złotych, w przeciwnym razie nie wygra nic. Niech $E(n)$ będzie wartością oczekiwaną wygranej gracza (w złotych). Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $E(5)=\mathbf{15/32}$

b) $E(4)=\mathbf{15/16}$

c) $E(2)=\mathbf{15/32}$

d) $E(3)=\mathbf{15/16}$

12. W urnie jest 6 kul białych i 4 kule czarnych. Losujemy (bez zwracania) trzy kule. Niech $P(b)$ oznacza prawdopodobieństwo, że wylosowano dokładnie b kul białych. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(3)=\mathbf{1/6}$

b) $P(2)=\mathbf{1/2}$

c) $P(1)=\mathbf{3/10}$

d) $P(0)=\mathbf{1/30}$