**1.** Podać **w uproszczonej postaci** wartość całki oznaczonej.

**a)** $\int\limits_0^2 x\,dx = \mathbf{2}$

**b)** $\int\limits_0^2 x^3\,dx = \mathbf{4}$

**c)** $\int\limits_0^2 x^5\,dx = \mathbf{32/3}$

**d)** $\int\limits_0^2 x^7\,dx = \mathbf{32}$

**2.** Podać wartość granicy ciągu.

**a)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3}+\ldots+\frac{1}{3n}\right) = \mathbf{ln3}$

**b)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3}+\ldots+\frac{1}{2n}\right) = \mathbf{ln2}$

**c)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[3]{n^3+n^2}-n\right) = \mathbf{1/3}$

**d)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+n}-n\right) = \mathbf{1/2}$

**3.** Niech $f$ będzie funkcją określoną wzorem $f(x) = x^3 \cdot e^x$. Podać wartość pochodnej odpowiedniego rzędu funkcji $f$ w zerze.

**a)** $f^{(6)}(0) = \mathbf{120}$

**b)** $f^{(4)}(0) = \mathbf{24}$

**c)** $f^{(11)}(0) = \mathbf{990}$

**d)** $f^{(10)}(0) = \mathbf{720}$

**4.** Podać promień zbieżności szeregu potęgowego.

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n! \cdot x^{2n}}{n^n}$, $R = \sqrt{\mathbf{e}}$

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \binom{2n}{n} \cdot x^n$, $R = \mathbf{1/4}$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \binom{3n}{n} \cdot x^n$, $R = \mathbf{4/27}$

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n! \cdot x^n}{n^n}$, $R = \mathbf{e}$

**5.** Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich swartości rzeczywistych parametru $p$, dla których podane wyrażenie przyjmuje tylko wartości nieujemne przy $x, y \in \mathbb{R}$. Bardzo starannie pisać nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $x^2 + pxy + y^2$, $\left[\mathbf{-2, 2}\right]$

b) $x^6 + px^3y^3 + 3y^6$, $\left[\mathbf{-2\sqrt{3}, 2\sqrt{3}}\right]$

c) $x^4 + px^2y^2 + 2y^4$, $\left[\mathbf{-2\sqrt{2}, +\infty}\right)$

d) $x^8 + px^4y^4 + 4y^8$, $\left[\mathbf{-4, +\infty}\right)$

**6.** Niech $z = \sqrt{3} + i$. Podać część rzeczywistą potęgi liczby $z$:

a) $\mathrm{Re}\left(z^8\right) = \mathbf{-128}$

b) $\mathrm{Re}\left(z^7\right) = \mathbf{-64 \cdot \sqrt{3}}$

c) $\mathrm{Re}\left(z^5\right) = \mathbf{-16 \cdot \sqrt{3}}$

d) $\mathrm{Re}\left(z^6\right) = \mathbf{-64}$

**7.** Dla podanej macierzy wypisać w kolejności niemalejącej jej wartości własne (z uwzględnieniem krotności).

**a)** $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$ **3, 7**

**b)** $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$ **2, 8**

**c)** $\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 6 \end{pmatrix}$ **−1, 11**

**d)** $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ **1, 9**

**8.** Podać taką liczbę rzeczywistą $a$, że podany wektor jest prostopadły do wektora $(1,2,3)$.

**a)** $(1,a,a)$ $a=\mathbf{-1/5}$

**b)** $(a,1,1)$ $a=\mathbf{-5}$

**c)** $(1,a,1)$ $a=\mathbf{-2}$

**d)** $(1,1,a)$ $a=\mathbf{-1}$

**9.** Zbiorem elementów grupy jest zbiór $\{1,2,3,4,\ldots,44,45,46\}$, natomiast działaniem jest mnożenie modulo 47. Dla podanego elementu $g$ tej grupy podać element do niego odwrotny.

**a)** $g=6,\quad g^{-1}=\mathbf{8}$

**b)** $g=4,\quad g^{-1}=\mathbf{12}$

**c)** $g=3,\quad g^{-1}=\mathbf{16}$

**d)** $g=5,\quad g^{-1}=\mathbf{19}$

**10.** Dla podanej liczby $k$ podać najmniejszą taką liczbę naturalną $n$, że w grupie permutacji $S_n$ istnieje element rzędu $k$.

**a)** $k=56$, $n=\mathbf{15}$

**b)** $k=55$, $n=\mathbf{16}$

**c)** $k=53$, $n=\mathbf{53}$

**d)** $k=54$, $n=\mathbf{29}$

**11.** Przy rzucie niesymetryczną monetą orzeł wypada z prawdopodobieństwem $2/3$. Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że przy trzykrotnym rzucie tą monetą wypadnie dokładnie $n$ orłów. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

**a)** $P(3)=\mathbf{8/27}$

**b)** $P(0)=\mathbf{1/27}$

**c)** $P(1)=\mathbf{2/9}$

**d)** $P(2)=\mathbf{4/9}$

**12.** Losujemy liczbę $a$ ze zbioru $\{1,2,3,\ldots,m\}$ oraz liczbę $b$ ze zbioru $\{1,2,3,\ldots,n\}$. Niech $E(m,n)$ będzie wartością oczekiwaną iloczynu $ab$. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

**a)** $E(5,7)=\mathbf{12}$

**b)** $E(6,6)=\mathbf{49/4}$

**c)** $E(7,7)=\mathbf{16}$

**d)** $E(5,6)=\mathbf{21/2}$

**1.** Podać **w uproszczonej postaci** wartość całki oznaczonej.

a) $\int_0^2 x^5\,dx = \mathbf{32/3}$

b) $\int_0^2 x^3\,dx = \mathbf{4}$

c) $\int_0^2 x\,dx = \mathbf{2}$

d) $\int_0^2 x^7\,dx = \mathbf{32}$

**2.** Podać wartość granicy ciągu.

a) $\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+n}-n\right) = \mathbf{1/2}$

b) $\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt[3]{n^3+n^2}-n\right) = \mathbf{1/3}$

c) $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3}+\ldots+\frac{1}{3n}\right) = \mathbf{ln3}$

d) $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3}+\ldots+\frac{1}{2n}\right) = \mathbf{ln2}$

**3.** Niech $f$ będzie funkcją określoną wzorem $f(x)=x^3\cdot e^x$. Podać wartość pochodnej odpowiedniego rzędu funkcji $f$ w zerze.

a) $f^{(11)}(0) = \mathbf{990}$

b) $f^{(6)}(0) = \mathbf{120}$

c) $f^{(4)}(0) = \mathbf{24}$

d) $f^{(10)}(0) = \mathbf{720}$

**4.** Podać promień zbieżności szeregu potęgowego.

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!\cdot x^{2n}}{n^n}$, $R=\sqrt{\mathbf{e}}$

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!\cdot x^{n}}{n^n}$, $R=\mathbf{e}$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \binom{3n}{n}\cdot x^n$, $R=\mathbf{4/27}$

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \binom{2n}{n}\cdot x^n$, $R=\mathbf{1/4}$

**5.** Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich swartości rzeczywistych parametru $p$, dla których podane wyrażenie przyjmuje tylko wartości nieujemne przy $x,y\in\mathbb{R}$. Bardzo starannie pisać nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $x^8+px^4y^4+4y^8$, $\left[\mathbf{-4,\ +\infty}\right)$

b) $x^6+px^3y^3+3y^6$, $\left[\mathbf{-2\sqrt{3},\ 2\sqrt{3}}\right]$

c) $x^4+px^2y^2+2y^4$, $\left[\mathbf{-2\sqrt{2},\ +\infty}\right)$

d) $x^2+pxy+y^2$, $\left[\mathbf{-2,\ 2}\right]$

**6.** Niech $z=\sqrt{3}+i$. Podać część rzeczywistą potęgi liczby $z$:

a) $\mathrm{Re}\left(z^7\right)=\mathbf{-64\cdot\sqrt{3}}$

b) $\mathrm{Re}\left(z^6\right)=\mathbf{-64}$

c) $\mathrm{Re}\left(z^8\right)=\mathbf{-128}$

d) $\mathrm{Re}\left(z^5\right)=\mathbf{-16\cdot\sqrt{3}}$

**7.** Dla podanej macierzy wypisać w kolejności niemalejącej jej wartości własne (z uwzględnieniem krotności).

**a)** $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$ **3, 7**

**b)** $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$ **2, 8**

**c)** $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ **1, 9**

**d)** $\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 6 \end{pmatrix}$ **−1, 11**

**8.** Podać taką liczbę rzeczywistą $a$, że podany wektor jest prostopadły do wektora $(1,2,3)$.

**a)** $(1,1,a)$ $a = \mathbf{-1}$

**b)** $(a,1,1)$ $a = \mathbf{-5}$

**c)** $(1,a,1)$ $a = \mathbf{-2}$

**d)** $(1,a,a)$ $a = \mathbf{-1/5}$

**9.** Zbiorem elementów grupy jest zbiór $\{1,2,3,4,\ldots,44,45,46\}$, natomiast działaniem jest mnożenie modulo 47. Dla podanego elementu $g$ tej grupy podać element do niego odwrotny.

**a)** $g = 4$, $g^{-1} = \mathbf{12}$

**b)** $g = 5$, $g^{-1} = \mathbf{19}$

**c)** $g = 3$, $g^{-1} = \mathbf{16}$

**d)** $g = 6$, $g^{-1} = \mathbf{8}$

**10.** Dla podanej liczby $k$ podać najmniejszą taką liczbę naturalną $n$, że w grupie permutacji $S_n$ istnieje element rzędu $k$.

**a)** $k=54$, $n=\mathbf{29}$

**b)** $k=56$, $n=\mathbf{15}$

**c)** $k=55$, $n=\mathbf{16}$

**d)** $k=53$, $n=\mathbf{53}$

**11.** Przy rzucie niesymetryczną monetą orzeł wypada z prawdopodobieństwem 2/3. Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że przy trzykrotnym rzucie tą monetą wypadnie dokładnie $n$ orłów. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

**a)** $P(2)=\mathbf{4/9}$

**b)** $P(3)=\mathbf{8/27}$

**c)** $P(1)=\mathbf{2/9}$

**d)** $P(0)=\mathbf{1/27}$

**12.** Losujemy liczbę $a$ ze zbioru $\{1, 2, 3, \ldots, m\}$ oraz liczbę $b$ ze zbioru $\{1, 2, 3, \ldots, n\}$. Niech $E(m, n)$ będzie wartością oczekiwaną iloczynu $ab$. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

**a)** $E(5, 7)=\mathbf{12}$

**b)** $E(6, 6)=\mathbf{49/4}$

**c)** $E(5, 6)=\mathbf{21/2}$

**d)** $E(7, 7)=\mathbf{16}$

**1.** Podać **w uproszczonej postaci** wartość całki oznaczonej.

a) $\int\limits_0^2 x^5\,dx = \mathbf{32/3}$

b) $\int\limits_0^2 x\,dx = \mathbf{2}$

c) $\int\limits_0^2 x^7\,dx = \mathbf{32}$

d) $\int\limits_0^2 x^3\,dx = \mathbf{4}$

**2.** Podać wartość granicy ciągu.

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3}+\ldots+\frac{1}{3n}\right) = \mathbf{ln3}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[3]{n^3+n^2}-n\right) = \mathbf{1/3}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+n}-n\right) = \mathbf{1/2}$

d) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3}+\ldots+\frac{1}{2n}\right) = \mathbf{ln2}$

**3.** Niech $f$ będzie funkcją określoną wzorem $f(x)=x^3\cdot e^x$. Podać wartość pochodnej odpowiedniego rzędu funkcji $f$ w zerze.

a) $f^{(4)}(0) = \mathbf{24}$

b) $f^{(6)}(0) = \mathbf{120}$

c) $f^{(11)}(0) = \mathbf{990}$

d) $f^{(10)}(0) = \mathbf{720}$

**4.** Podać promień zbieżności szeregu potęgowego.

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!\cdot x^{2n}}{n^n}$, $R=\boldsymbol{\sqrt{e}}$

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \binom{3n}{n}\cdot x^n$, $R=\mathbf{4/27}$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!\cdot x^{n}}{n^n}$, $R=\mathbf{e}$

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \binom{2n}{n}\cdot x^n$, $R=\mathbf{1/4}$

**5.** Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich swartości rzeczywistych parametru $p$, dla których podane wyrażenie przyjmuje tylko wartości nieujemne przy $x,y\in\mathbb{R}$. Bardzo starannie pisać nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $x^4+px^2y^2+2y^4$, $\boldsymbol{\left[-2\sqrt{2},\, +\infty\right)}$

b) $x^2+pxy+y^2$, $\boldsymbol{\left[-2,\, 2\right]}$

c) $x^8+px^4y^4+4y^8$, $\boldsymbol{\left[-4,\, +\infty\right)}$

d) $x^6+px^3y^3+3y^6$, $\boldsymbol{\left[-2\sqrt{3},\, 2\sqrt{3}\right]}$

**6.** Niech $z=\sqrt{3}+i$. Podać część rzeczywistą potęgi liczby $z$:

a) $\mathrm{Re}\left(z^7\right)=\boldsymbol{-64\cdot\sqrt{3}}$

b) $\mathrm{Re}\left(z^6\right)=\mathbf{-64}$

c) $\mathrm{Re}\left(z^8\right)=\mathbf{-128}$

d) $\mathrm{Re}\left(z^5\right)=\boldsymbol{-16\cdot\sqrt{3}}$

**7.** Dla podanej macierzy wypisać w kolejności niemalejącej jej wartości własne (z uwzględnieniem krotności).

**a)** $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$ **2, 8**

**b)** $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ **1, 9**

**c)** $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$ **3, 7**

**d)** $\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 6 \end{pmatrix}$ **−1, 11**

**8.** Podać taką liczbę rzeczywistą $a$, że podany wektor jest prostopadły do wektora $(1,2,3)$.

**a)** $(1,a,a)$ $a=\mathbf{-1/5}$

**b)** $(a,1,1)$ $a=\mathbf{-5}$

**c)** $(1,a,1)$ $a=\mathbf{-2}$

**d)** $(1,1,a)$ $a=\mathbf{-1}$

**9.** Zbiorem elementów grupy jest zbiór $\{1,2,3,4,\ldots,44,45,46\}$, natomiast działaniem jest mnożenie modulo 47. Dla podanego elementu $g$ tej grupy podać element do niego odwrotny.

**a)** $g=4,\quad g^{-1}=\mathbf{12}$

**b)** $g=6,\quad g^{-1}=\mathbf{8}$

**c)** $g=3,\quad g^{-1}=\mathbf{16}$

**d)** $g=5,\quad g^{-1}=\mathbf{19}$

**10.** Dla podanej liczby $k$ podać najmniejszą taką liczbę naturalną $n$, że w grupie permutacji $S_n$ istnieje element rzędu $k$.

**a)** $k=53$, $n=\mathbf{53}$

**b)** $k=56$, $n=\mathbf{15}$

**c)** $k=55$, $n=\mathbf{16}$

**d)** $k=54$, $n=\mathbf{29}$

**11.** Przy rzucie niesymetryczną monetą orzeł wypada z prawdopodobieństwem $2/3$. Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że przy trzykrotnym rzucie tą monetą wypadnie dokładnie $n$ orłów. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

**a)** $P(3)=\mathbf{8/27}$

**b)** $P(1)=\mathbf{2/9}$

**c)** $P(0)=\mathbf{1/27}$

**d)** $P(2)=\mathbf{4/9}$

**12.** Losujemy liczbę $a$ ze zbioru $\{1, 2, 3, \ldots, m\}$ oraz liczbę $b$ ze zbioru $\{1, 2, 3, \ldots, n\}$. Niech $E(m, n)$ będzie wartością oczekiwaną iloczynu $ab$. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

**a)** $E(6, 6)=\mathbf{49/4}$

**b)** $E(7, 7)=\mathbf{16}$

**c)** $E(5, 6)=\mathbf{21/2}$

**d)** $E(5, 7)=\mathbf{12}$

**1.** Podać **w uproszczonej postaci** wartość całki oznaczonej.

**a)** $\int\limits_0^2 x\,dx = \mathbf{2}$

**b)** $\int\limits_0^2 x^7\,dx = \mathbf{32}$

**c)** $\int\limits_0^2 x^3\,dx = \mathbf{4}$

**d)** $\int\limits_0^2 x^5\,dx = \mathbf{32/3}$

**2.** Podać wartość granicy ciągu.

**a)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3}+\ldots+\frac{1}{3n}\right)=\mathbf{ln3}$

**b)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+n}-n\right)=\mathbf{1/2}$

**c)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3}+\ldots+\frac{1}{2n}\right)=\mathbf{ln2}$

**d)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[3]{n^3+n^2}-n\right)=\mathbf{1/3}$

**3.** Niech $f$ będzie funkcją określoną wzorem $f(x)=x^3\cdot e^x$. Podać wartość pochodnej odpowiedniego rzędu funkcji $f$ w zerze.

**a)** $f^{(11)}(0)=\mathbf{990}$

**b)** $f^{(6)}(0)=\mathbf{120}$

**c)** $f^{(10)}(0)=\mathbf{720}$

**d)** $f^{(4)}(0)=\mathbf{24}$

**4.** Podać promień zbieżności szeregu potęgowego.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! \cdot x^{2n}}{n^n}$, $R = \boldsymbol{\sqrt{e}}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! \cdot x^n}{n^n}$, $R = \mathbf{e}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \binom{2n}{n} \cdot x^n$, $R = \mathbf{1/4}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \binom{3n}{n} \cdot x^n$, $R = \mathbf{4/27}$

**5.** Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich swartości rzeczywistych parametru $p$, dla których podane wyrażenie przyjmuje tylko wartości nieujemne przy $x, y \in \mathbb{R}$. Bardzo starannie pisać nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $x^4 + px^2y^2 + 2y^4$, $\boldsymbol{\left[-2\sqrt{2}, +\infty\right)}$

b) $x^2 + pxy + y^2$, $\boldsymbol{\left[-2, 2\right]}$

c) $x^6 + px^3y^3 + 3y^6$, $\boldsymbol{\left[-2\sqrt{3}, 2\sqrt{3}\right]}$

d) $x^8 + px^4y^4 + 4y^8$, $\boldsymbol{\left[-4, +\infty\right)}$

**6.** Niech $z = \sqrt{3} + i$. Podać część rzeczywistą potęgi liczby $z$:

a) $\mathrm{Re}\left(z^7\right) = \boldsymbol{-64 \cdot \sqrt{3}}$

b) $\mathrm{Re}\left(z^6\right) = \boldsymbol{-64}$

c) $\mathrm{Re}\left(z^8\right) = \boldsymbol{-128}$

d) $\mathrm{Re}\left(z^5\right) = \boldsymbol{-16 \cdot \sqrt{3}}$

**7.** Dla podanej macierzy wypisać w kolejności niemalejącej jej wartości własne (z uwzględnieniem krotności).

**a)** $\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 6 \end{pmatrix}$ $\mathbf{-1,\ 11}$

**b)** $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$ $\mathbf{2,\ 8}$

**c)** $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ $\mathbf{1,\ 9}$

**d)** $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$ $\mathbf{3,\ 7}$

**8.** Podać taką liczbę rzeczywistą $a$, że podany wektor jest prostopadły do wektora $(1,2,3)$.

**a)** $(1,a,a)$ $a = \mathbf{-1/5}$

**b)** $(a,1,1)$ $a = \mathbf{-5}$

**c)** $(1,a,1)$ $a = \mathbf{-2}$

**d)** $(1,1,a)$ $a = \mathbf{-1}$

**9.** Zbiorem elementów grupy jest zbiór $\{1,2,3,4,\ldots,44,45,46\}$, natomiast działaniem jest mnożenie modulo 47. Dla podanego elementu $g$ tej grupy podać element do niego odwrotny.

**a)** $g=6$, $g^{-1} = \mathbf{8}$

**b)** $g=3$, $g^{-1} = \mathbf{16}$

**c)** $g=4$, $g^{-1} = \mathbf{12}$

**d)** $g=5$, $g^{-1} = \mathbf{19}$

**10.** Dla podanej liczby $k$ podać najmniejszą taką liczbę naturalną $n$, że w grupie permutacji $S_n$ istnieje element rzędu $k$.

a) $k=54$, $n=\mathbf{29}$

b) $k=53$, $n=\mathbf{53}$

c) $k=56$, $n=\mathbf{15}$

d) $k=55$, $n=\mathbf{16}$

**11.** Przy rzucie niesymetryczną monetą orzeł wypada z prawdopodobieństwem $2/3$. Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że przy trzykrotnym rzucie tą monetą wypadnie dokładnie $n$ orłów. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(3)=\mathbf{8/27}$

b) $P(2)=\mathbf{4/9}$

c) $P(0)=\mathbf{1/27}$

d) $P(1)=\mathbf{2/9}$

**12.** Losujemy liczbę $a$ ze zbioru $\{1,2,3,\ldots,m\}$ oraz liczbę $b$ ze zbioru $\{1,2,3,\ldots,n\}$. Niech $E(m,n)$ będzie wartością oczekiwaną iloczynu $ab$. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $E(7,7)=\mathbf{16}$

b) $E(6,6)=\mathbf{49/4}$

c) $E(5,7)=\mathbf{12}$

d) $E(5,6)=\mathbf{21/2}$