1. Niech $C(a,b)$ będzie zdefiniowane wzorem $\int\limits_a^b \frac{2x+1}{x^2+x}\,dx = \ln C(a,b)$. Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $C(1,2)=\mathbf{3}$ **b)** $C(2,3)=\mathbf{2}$

c) $C(4,5)=\mathbf{3/2}$ **d)** $C(3,8)=\mathbf{6}$

2. Podać przedział zbieżności szeregu potęgowego. Bardzo starannie pisać nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^{6n}}{n^2\cdot 64^n}$, $\boldsymbol{\left[-2,\, 2\right]}$

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^{3n}}{n\cdot 64^n}$, $\boldsymbol{\left[-4,\, 4\right)}$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{\sqrt{n}\cdot 64^n}$, $\boldsymbol{\left(-8,\, 8\right)}$

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n}}{64^n}$, $\boldsymbol{\left(-64,\, 64\right)}$

3. Niech f będzie funkcją określoną wzorem $f(x)=\sin^2 x$. Podać wartość pochodnej odpowiedniego rzędu funkcji f w zerze.

a) $f^{(5)}(0)=\mathbf{0}$ **b)** $f^{(4)}(0)=\mathbf{-8}$

c) $f^{(8)}(0)=\mathbf{-128}$ **d)** $f^{(6)}(0)=\mathbf{32}$

4. Podać wartość całki oznaczonej.

a) $\int_{-2}^{2} \sqrt{8-x^2} - |x|\, dx = \boldsymbol{2\pi}$

b) $\int_{-1}^{1} \sqrt{1-x^2}\, dx = \boldsymbol{\pi/2}$

c) $\int_{-1}^{1} \sqrt{2-x^2} - |x|\, dx = \boldsymbol{\pi/2}$

d) $\int_{-2}^{2} \sqrt{4-x^2}\, dx = \boldsymbol{2\pi}$

5. Dla podanej liczby a podać taką liczbę rzeczywistą b, że funkcja $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ określona wzorem $f(x)=(x^2-b)\cdot\mathrm{sgn}(x-a)$ jest ciągła.
Uwaga: $\mathrm{sgn}(y)=1$ dla $y>0$, $\mathrm{sgn}(y)=-1$ dla $y<0$, $\mathrm{sgn}(0)=0$.

a) $a=1$, $b=\mathbf{1}$

b) $a=3$, $b=\mathbf{9}$

c) $a=2$, $b=\mathbf{4}$

d) $a=4$, $b=\mathbf{16}$

6. Dla podanej liczby a podać taką liczbę rzeczywistą dodatnią b, że liczba zespolona $z=a+bi$ spełnia równanie $\overline{z}=z^{-1}$.

a) $a=4/5$, $b=\mathbf{3/5}$

b) $a=2/3$, $b=\boldsymbol{\sqrt{5}/3}$

c) $a=1/2$, $b=\boldsymbol{\sqrt{3}/2}$

d) $a=3/5$, $b=\mathbf{4/5}$

7. Niech $E(n)$ będzie liczbą elementów rzędu n w grupie cyklicznej rzędu 60. Wówczas.

a) $E(10)=\mathbf{4}$

b) $E(12)=\mathbf{4}$

c) $E(20)=\mathbf{8}$

d) $E(15)=\mathbf{8}$

8. Zbiorem elementów grupy jest zbiór $\{1, 2, 3, \ldots, 12\}$, a działaniem jest mnożenie modulo 13. Dla podanego elementu g tej grupy podać element do niego odwrotny.

a) $g=5$, $g^{-1}=\mathbf{8}$ **b)** $g=4$, $g^{-1}=\mathbf{10}$

c) $g=3$, $g^{-1}=\mathbf{9}$ **d)** $g=2$, $g^{-1}=\mathbf{7}$

9. Dla podanej macierzy wskazać taką wartość parametru p, aby wyznacznik macierzy był równy 0.

a) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 6 \\ 1 & 4 & 9 & 16 & 36 \\ 1 & 8 & 27 & 64 & 216 \\ 0 & 3 & 8 & 15 & p \end{pmatrix}$, $p=\mathbf{35}$

b) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 6 \\ 1 & 4 & 9 & 16 & 36 \\ 1 & 8 & 27 & 64 & 216 \\ 2 & 6 & 12 & 20 & p \end{pmatrix}$, $p=\mathbf{42}$

c) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 6 \\ 1 & 4 & 9 & 16 & 36 \\ 1 & 8 & 27 & 64 & 216 \\ 7 & 9 & 11 & 13 & p \end{pmatrix}$, $p=\mathbf{17}$

d) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 6 \\ 1 & 4 & 9 & 16 & 36 \\ 1 & 8 & 27 & 64 & 216 \\ 0 & 6 & 24 & 60 & p \end{pmatrix}$, $p=\mathbf{210}$

10. Dla podanych punktów A i B w przestrzeni trójwymiarowej podać w stopniach miarę kąta $\sphericalangle AOB$, gdzie $O=(0{,}0{,}0)$.

a) $A=(2,2,-1)$, $B=(4,1,1)$, $\sphericalangle AOB=\mathbf{45}^\circ$

b) $A=(2,2,-1)$, $B=(2,-1,2)$, $\sphericalangle AOB=\mathbf{90}^\circ$

c) $A=(1,-1,0)$, $B=(0,1,-1)$, $\sphericalangle AOB=\mathbf{120}^\circ$

d) $A=(1,1,0)$, $B=(0,1,1)$, $\sphericalangle AOB=\mathbf{60}^\circ$

11. Mamy dwie zewnętrznie nieodróżnialne monety: prawdziwą i fałszywą. Przy rzucie monetą prawdziwą orzeł wypada z prawdopodobieństwem 1/2, a przy rzucie monetą fałszywą z prawdopodobieństwem p. Wylosowano (z równym prawdopodobieństwem) jedną z monet, a następnie wykonano nią rzut. Okazało się, że wypadł orzeł. Niech $P(p)$ oznacza prawdopodobieństwo (warunkowe), że wylosowana moneta jest prawdziwa. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(3/4)=\mathbf{2/5}$ **b)** $P(1/4)=\mathbf{2/3}$

c) $P(1/3)=\mathbf{3/5}$ **d)** $P(2/3)=\mathbf{3/7}$

12. Rzucamy trzy razy kostką do gry. Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że iloczyn liczb oczek wyrzuconych w poszczególnych rzutach jest podzielny przez n. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(3)=\mathbf{19/27}$ **b)** $P(5)=\mathbf{91/216}$

c) $P(6)=\mathbf{133/216}$ **d)** $P(2)=\mathbf{7/8}$

1. Niech $C(a,b)$ będzie zdefiniowane wzorem $\int\limits_a^b \frac{2x+1}{x^2+x}\,dx = \ln C(a,b)$. Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $C(4,5) = \mathbf{3/2}$ **b)** $C(2,3) = \mathbf{2}$

c) $C(1,2) = \mathbf{3}$ **d)** $C(3,8) = \mathbf{6}$

2. Podać przedział zbieżności szeregu potęgowego. Bardzo starannie pisać nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{64^n}$, $\quad \mathbf{(-64, 64)}$

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{\sqrt{n}\cdot 64^n}$, $\quad \mathbf{(-8, 8)}$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^{6n}}{n^2\cdot 64^n}$, $\quad \mathbf{[-2, 2]}$

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^{3n}}{n\cdot 64^n}$, $\quad \mathbf{[-4, 4)}$

3. Niech f będzie funkcją określoną wzorem $f(x) = \sin^2 x$. Podać wartość pochodnej odpowiedniego rzędu funkcji f w zerze.

a) $f^{(8)}(0) = \mathbf{-128}$ **b)** $f^{(5)}(0) = \mathbf{0}$

c) $f^{(4)}(0) = \mathbf{-8}$ **d)** $f^{(6)}(0) = \mathbf{32}$

4. Podać wartość całki oznaczonej.

a) $\int\limits_{-2}^{2} \sqrt{8-x^2}-|x|\,dx = \mathbf{2\pi}$

b) $\int\limits_{-2}^{2} \sqrt{4-x^2}\,dx = \mathbf{2\pi}$

c) $\int\limits_{-1}^{1} \sqrt{2-x^2}-|x|\,dx = \mathbf{\pi/2}$

d) $\int\limits_{-1}^{1} \sqrt{1-x^2}\,dx = \mathbf{\pi/2}$

5. Dla podanej liczby a podać taką liczbę rzeczywistą b, że funkcja $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ określona wzorem $f(x)=(x^2-b)\cdot\mathrm{sgn}(x-a)$ jest ciągła.
Uwaga: $\mathrm{sgn}(y)=1$ dla $y>0$, $\mathrm{sgn}(y)=-1$ dla $y<0$, $\mathrm{sgn}(0)=0$.

a) $a=4$, $b=\mathbf{16}$

b) $a=3$, $b=\mathbf{9}$

c) $a=2$, $b=\mathbf{4}$

d) $a=1$, $b=\mathbf{1}$

6. Dla podanej liczby a podać taką liczbę rzeczywistą dodatnią b, że liczba zespolona $z=a+bi$ spełnia równanie $\overline{z}=z^{-1}$.

a) $a=2/3$, $b=\mathbf{\sqrt{5}/3}$

b) $a=3/5$, $b=\mathbf{4/5}$

c) $a=4/5$, $b=\mathbf{3/5}$

d) $a=1/2$, $b=\mathbf{\sqrt{3}/2}$

7. Niech $E(n)$ będzie liczbą elementów rzędu n w grupie cyklicznej rzędu 60. Wówczas.

a) $E(10)=\mathbf{4}$

b) $E(12)=\mathbf{4}$

c) $E(15)=\mathbf{8}$

d) $E(20)=\mathbf{8}$

8. Zbiorem elementów grupy jest zbiór $\{1, 2, 3, \ldots, 12\}$, a działaniem jest mnożenie modulo 13. Dla podanego elementu g tej grupy podać element do niego odwrotny.

a) $g=2, \quad g^{-1}=\mathbf{7}$ **b)** $g=4, \quad g^{-1}=\mathbf{10}$

c) $g=3, \quad g^{-1}=\mathbf{9}$ **d)** $g=5, \quad g^{-1}=\mathbf{8}$

9. Dla podanej macierzy wskazać taką wartość parametru p, aby wyznacznik macierzy był równy 0.

a) $$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 6 \\ 1 & 4 & 9 & 16 & 36 \\ 1 & 8 & 27 & 64 & 216 \\ 2 & 6 & 12 & 20 & p \end{pmatrix}, \quad p=\mathbf{42}$$

b) $$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 6 \\ 1 & 4 & 9 & 16 & 36 \\ 1 & 8 & 27 & 64 & 216 \\ 0 & 6 & 24 & 60 & p \end{pmatrix}, \quad p=\mathbf{210}$$

c) $$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 6 \\ 1 & 4 & 9 & 16 & 36 \\ 1 & 8 & 27 & 64 & 216 \\ 7 & 9 & 11 & 13 & p \end{pmatrix}, \quad p=\mathbf{17}$$

d) $$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 6 \\ 1 & 4 & 9 & 16 & 36 \\ 1 & 8 & 27 & 64 & 216 \\ 0 & 3 & 8 & 15 & p \end{pmatrix}, \quad p=\mathbf{35}$$

10. Dla podanych punktów A i B w przestrzeni trójwymiarowej podać w stopniach miarę kąta $\sphericalangle AOB$, gdzie $O=(0,0,0)$.

a) $A=(1,1,0)$, $B=(0,1,1)$, $\sphericalangle AOB=\mathbf{60}^\circ$

b) $A=(2,2,-1)$, $B=(4,1,1)$, $\sphericalangle AOB=\mathbf{45}^\circ$

c) $A=(2,2,-1)$, $B=(2,-1,2)$, $\sphericalangle AOB=\mathbf{90}^\circ$

d) $A=(1,-1,0)$, $B=(0,1,-1)$, $\sphericalangle AOB=\mathbf{120}^\circ$

11. Mamy dwie zewnętrznie nieodróżnialne monety: prawdziwą i fałszywą. Przy rzucie monetą prawdziwą orzeł wypada z prawdopodobieństwem 1/2, a przy rzucie monetą fałszywą z prawdopodobieństwem p. Wylosowano (z równym prawdopodobieństwem) jedną z monet, a następnie wykonano nią rzut. Okazało się, że wypadł orzeł. Niech $P(p)$ oznacza prawdopodobieństwo (warunkowe), że wylosowana moneta jest prawdziwa. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(2/3)=\mathbf{3/7}$ **b)** $P(3/4)=\mathbf{2/5}$

c) $P(1/3)=\mathbf{3/5}$ **d)** $P(1/4)=\mathbf{2/3}$

12. Rzucamy trzy razy kostką do gry. Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że iloczyn liczb oczek wyrzuconych w poszczególnych rzutach jest podzielny przez n. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(3)=\mathbf{19/27}$ **b)** $P(5)=\mathbf{91/216}$

c) $P(2)=\mathbf{7/8}$ **d)** $P(6)=\mathbf{133/216}$

1. Niech $C(a,b)$ będzie zdefiniowane wzorem $\int\limits_a^b \frac{2x+1}{x^2+x}\,dx = \ln C(a,b)$.
Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $C(4,5) = \mathbf{3/2}$ **b)** $C(1,2) = \mathbf{3}$

c) $C(3,8) = \mathbf{6}$ **d)** $C(2,3) = \mathbf{2}$

2. Podać przedział zbieżności szeregu potęgowego. Bardzo starannie pisać nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^{6n}}{n^2 \cdot 64^n}$, $\mathbf{[-2, 2]}$

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{\sqrt{n} \cdot 64^n}$, $\mathbf{(-8, 8)}$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n}}{64^n}$, $\mathbf{(-64, 64)}$

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^{3n}}{n \cdot 64^n}$, $\mathbf{[-4, 4)}$

3. Niech f będzie funkcją określoną wzorem $f(x) = \sin^2 x$. Podać wartość pochodnej odpowiedniego rzędu funkcji f w zerze.

a) $f^{(4)}(0) = \mathbf{-8}$ **b)** $f^{(5)}(0) = \mathbf{0}$

c) $f^{(8)}(0) = \mathbf{-128}$ **d)** $f^{(6)}(0) = \mathbf{32}$

4. Podać wartość całki oznaczonej.

a) $\int\limits_{-2}^{2} \sqrt{8-x^2}-|x|\,dx = \boldsymbol{2\pi}$　　**b)** $\int\limits_{-1}^{1} \sqrt{2-x^2}-|x|\,dx = \boldsymbol{\pi/2}$

c) $\int\limits_{-2}^{2} \sqrt{4-x^2}\,dx = \boldsymbol{2\pi}$　　**d)** $\int\limits_{-1}^{1} \sqrt{1-x^2}\,dx = \boldsymbol{\pi/2}$

5. Dla podanej liczby a podać taką liczbę rzeczywistą b, że funkcja $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ określona wzorem $f(x)=(x^2-b)\cdot\mathrm{sgn}(x-a)$ jest ciągła. **Uwaga:** $\mathrm{sgn}(y)=1$ dla $y>0$, $\mathrm{sgn}(y)=-1$ dla $y<0$, $\mathrm{sgn}(0)=0$.

a) $a=2$, $b=\mathbf{4}$　　**b)** $a=1$, $b=\mathbf{1}$

c) $a=4$, $b=\mathbf{16}$　　**d)** $a=3$, $b=\mathbf{9}$

6. Dla podanej liczby a podać taką liczbę rzeczywistą dodatnią b, że liczba zespolona $z=a+bi$ spełnia równanie $\overline{z}=z^{-1}$.

a) $a=2/3$, $b=\boldsymbol{\sqrt{5}/3}$　　**b)** $a=3/5$, $b=\mathbf{4/5}$

c) $a=4/5$, $b=\mathbf{3/5}$　　**d)** $a=1/2$, $b=\boldsymbol{\sqrt{3}/2}$

7. Niech $E(n)$ będzie liczbą elementów rzędu n w grupie cyklicznej rzędu 60. Wówczas.

a) $E(12)=\mathbf{4}$　　**b)** $E(15)=\mathbf{8}$

c) $E(10)=\mathbf{4}$　　**d)** $E(20)=\mathbf{8}$

8. Zbiorem elementów grupy jest zbiór $\{1, 2, 3, \ldots, 12\}$, a działaniem jest mnożenie modulo 13. Dla podanego elementu g tej grupy podać element do niego odwrotny.

a) $g=5, \quad g^{-1}=\mathbf{8}$

b) $g=4, \quad g^{-1}=\mathbf{10}$

c) $g=3, \quad g^{-1}=\mathbf{9}$

d) $g=2, \quad g^{-1}=\mathbf{7}$

9. Dla podanej macierzy wskazać taką wartość parametru p, aby wyznacznik macierzy był równy 0.

a) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 6 \\ 1 & 4 & 9 & 16 & 36 \\ 1 & 8 & 27 & 64 & 216 \\ 2 & 6 & 12 & 20 & p \end{pmatrix}, \quad p=\mathbf{42}$

b) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 6 \\ 1 & 4 & 9 & 16 & 36 \\ 1 & 8 & 27 & 64 & 216 \\ 0 & 3 & 8 & 15 & p \end{pmatrix}, \quad p=\mathbf{35}$

c) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 6 \\ 1 & 4 & 9 & 16 & 36 \\ 1 & 8 & 27 & 64 & 216 \\ 7 & 9 & 11 & 13 & p \end{pmatrix}, \quad p=\mathbf{17}$

d) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 6 \\ 1 & 4 & 9 & 16 & 36 \\ 1 & 8 & 27 & 64 & 216 \\ 0 & 6 & 24 & 60 & p \end{pmatrix}, \quad p=\mathbf{210}$

10. Dla podanych punktów A i B w przestrzeni trójwymiarowej podać w stopniach miarę kąta $\sphericalangle AOB$, gdzie $O=(0,0,0)$.

a) $A=(1,-1,0)$, $B=(0,1,-1)$, $\sphericalangle AOB=\mathbf{120}^\circ$

b) $A=(2,2,-1)$, $B=(4,1,1)$, $\sphericalangle AOB=\mathbf{45}^\circ$

c) $A=(2,2,-1)$, $B=(2,-1,2)$, $\sphericalangle AOB=\mathbf{90}^\circ$

d) $A=(1,1,0)$, $B=(0,1,1)$, $\sphericalangle AOB=\mathbf{60}^\circ$

11. Mamy dwie zewnętrznie nieodróżnialne monety: prawdziwą i fałszywą. Przy rzucie monetą prawdziwą orzeł wypada z prawdopodobieństwem $1/2$, a przy rzucie monetą fałszywą z prawdopodobieństwem p. Wylosowano (z równym prawdopodobieństwem) jedną z monet, a następnie wykonano nią rzut. Okazało się, że wypadł orzeł. Niech $P(p)$ oznacza prawdopodobieństwo (warunkowe), że wylosowana moneta jest prawdziwa. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(3/4)=\mathbf{2/5}$ **b)** $P(1/3)=\mathbf{3/5}$

c) $P(1/4)=\mathbf{2/3}$ **d)** $P(2/3)=\mathbf{3/7}$

12. Rzucamy trzy razy kostką do gry. Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że iloczyn liczb oczek wyrzuconych w poszczególnych rzutach jest podzielny przez n. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(5)=\mathbf{91/216}$ **b)** $P(6)=\mathbf{133/216}$

c) $P(2)=\mathbf{7/8}$ **d)** $P(3)=\mathbf{19/27}$

1. Niech $C(a,b)$ będzie zdefiniowane wzorem $\int\limits_a^b \frac{2x+1}{x^2+x}\,dx = \ln C(a,b)$.
Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $C(1,2)=\mathbf{3}$ **b)** $C(3,8)=\mathbf{6}$

c) $C(2,3)=\mathbf{2}$ **d)** $C(4,5)=\mathbf{3/2}$

2. Podać przedział zbieżności szeregu potęgowego. Bardzo starannie pisać nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^{6n}}{n^2\cdot 64^n}$, $\left[\mathbf{-2,\,2}\right]$

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n}}{64^n}$, $\left(\mathbf{-64,\,64}\right)$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^{3n}}{n\cdot 64^n}$, $\left[\mathbf{-4,\,4}\right)$

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{\sqrt{n}\cdot 64^n}$, $\left(\mathbf{-8,\,8}\right)$

3. Niech f będzie funkcją określoną wzorem $f(x)=\sin^2 x$. Podać wartość pochodnej odpowiedniego rzędu funkcji f w zerze.

a) $f^{(8)}(0)=\mathbf{-128}$ **b)** $f^{(5)}(0)=\mathbf{0}$

c) $f^{(6)}(0)=\mathbf{32}$ **d)** $f^{(4)}(0)=\mathbf{-8}$

4. Podać wartość całki oznaczonej.

a) $\int\limits_{-2}^{2} \sqrt{8-x^2}-|x|\,dx = \boldsymbol{2\pi}$ **b)** $\int\limits_{-2}^{2} \sqrt{4-x^2}\,dx = \boldsymbol{2\pi}$

c) $\int\limits_{-1}^{1} \sqrt{1-x^2}\,dx = \boldsymbol{\pi/2}$ **d)** $\int\limits_{-1}^{1} \sqrt{2-x^2}-|x|\,dx = \boldsymbol{\pi/2}$

5. Dla podanej liczby a podać taką liczbę rzeczywistą b, że funkcja $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ określona wzorem $f(x)=(x^2-b)\cdot\mathrm{sgn}(x-a)$ jest ciągła. **Uwaga:** $\mathrm{sgn}(y)=1$ dla $y>0$, $\mathrm{sgn}(y)=-1$ dla $y<0$, $\mathrm{sgn}(0)=0$.

a) $a=2$, $b=\mathbf{4}$ **b)** $a=1$, $b=\mathbf{1}$

c) $a=3$, $b=\mathbf{9}$ **d)** $a=4$, $b=\mathbf{16}$

6. Dla podanej liczby a podać taką liczbę rzeczywistą dodatnią b, że liczba zespolona $z=a+bi$ spełnia równanie $\overline{z}=z^{-1}$.

a) $a=2/3$, $b=\boldsymbol{\sqrt{5}/3}$ **b)** $a=3/5$, $b=\mathbf{4/5}$

c) $a=4/5$, $b=\mathbf{3/5}$ **d)** $a=1/2$, $b=\boldsymbol{\sqrt{3}/2}$

7. Niech $E(n)$ będzie liczbą elementów rzędu n w grupie cyklicznej rzędu 60. Wówczas.

a) $E(20)=\mathbf{8}$ **b)** $E(12)=\mathbf{4}$

c) $E(15)=\mathbf{8}$ **d)** $E(10)=\mathbf{4}$

8. Zbiorem elementów grupy jest zbiór $\{1, 2, 3, \ldots, 12\}$, a działaniem jest mnożenie modulo 13. Dla podanego elementu g tej grupy podać element do niego odwrotny.

a) $g=5, \quad g^{-1}=\mathbf{8}$

b) $g=4, \quad g^{-1}=\mathbf{10}$

c) $g=3, \quad g^{-1}=\mathbf{9}$

d) $g=2, \quad g^{-1}=\mathbf{7}$

9. Dla podanej macierzy wskazać taką wartość parametru p, aby wyznacznik macierzy był równy 0.

a) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 6 \\ 1 & 4 & 9 & 16 & 36 \\ 1 & 8 & 27 & 64 & 216 \\ 0 & 3 & 8 & 15 & p \end{pmatrix}, \quad p=\mathbf{35}$

b) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 6 \\ 1 & 4 & 9 & 16 & 36 \\ 1 & 8 & 27 & 64 & 216 \\ 7 & 9 & 11 & 13 & p \end{pmatrix}, \quad p=\mathbf{17}$

c) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 6 \\ 1 & 4 & 9 & 16 & 36 \\ 1 & 8 & 27 & 64 & 216 \\ 2 & 6 & 12 & 20 & p \end{pmatrix}, \quad p=\mathbf{42}$

d) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 6 \\ 1 & 4 & 9 & 16 & 36 \\ 1 & 8 & 27 & 64 & 216 \\ 0 & 6 & 24 & 60 & p \end{pmatrix}, \quad p=\mathbf{210}$

10. Dla podanych punktów A i B w przestrzeni trójwymiarowej podać w stopniach miarę kąta $\sphericalangle AOB$, gdzie $O=(0,0,0)$.

a) $A=(1,1,0)$, $B=(0,1,1)$, $\sphericalangle AOB=\mathbf{60}^\circ$

b) $A=(1,-1,0)$, $B=(0,1,-1)$, $\sphericalangle AOB=\mathbf{120}^\circ$

c) $A=(2,2,-1)$, $B=(4,1,1)$, $\sphericalangle AOB=\mathbf{45}^\circ$

d) $A=(2,2,-1)$, $B=(2,-1,2)$, $\sphericalangle AOB=\mathbf{90}^\circ$

11. Mamy dwie zewnętrznie nieodróżnialne monety: prawdziwą i fałszywą. Przy rzucie monetą prawdziwą orzeł wypada z prawdopodobieństwem 1/2, a przy rzucie monetą fałszywą z prawdopodobieństwem p. Wylosowano (z równym prawdopodobieństwem) jedną z monet, a następnie wykonano nią rzut. Okazało się, że wypadł orzeł. Niech $P(p)$ oznacza prawdopodobieństwo (warunkowe), że wylosowana moneta jest prawdziwa. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(3/4)=\mathbf{2/5}$

b) $P(2/3)=\mathbf{3/7}$

c) $P(1/4)=\mathbf{2/3}$

d) $P(1/3)=\mathbf{3/5}$

12. Rzucamy trzy razy kostką do gry. Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że iloczyn liczb oczek wyrzuconych w poszczególnych rzutach jest podzielny przez n. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(6)=\mathbf{133/216}$

b) $P(5)=\mathbf{91/216}$

c) $P(3)=\mathbf{19/27}$

d) $P(2)=\mathbf{7/8}$