1. Podać w postaci przedziału zbiór wartości parametru p, dla których podany szereg jest zbieżny. Bardzo starannie pisać nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(p-2)^n}{n}$, $\boldsymbol{\big[1, 3\big)}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2p+1)^n}{n}$, $\boldsymbol{\big[-1, 0\big)}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(p-3)^n}{n^2}$, $\boldsymbol{\big[2, 4\big]}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3p+1)^n}{n^2}$, $\boldsymbol{\big[-2/3, 0\big]}$

2. Niech $C(a,b)$ będzie zdefiniowane wzorem $\int\limits_a^b \frac{dx}{x^2+x} = \ln C(a,b)$. Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $C(2,4) = \mathbf{6/5}$ **b)** $C(1,2) = \mathbf{4/3}$

c) $C(3,9) = \mathbf{6/5}$ **d)** $C(2,8) = \mathbf{4/3}$

3. Niech f będzie funkcją określoną wzorem $f(x) = x^2 \cdot e^x$. Podać wartość pochodnej odpowiedniego rzędu funkcji f w zerze.

a) $f^{(10)}(0) = \mathbf{90}$ **b)** $f^{(11)}(0) = \mathbf{110}$

c) $f^{(8)}(0) = \mathbf{56}$ **d)** $f^{(9)}(0) = \mathbf{72}$

4. Podać granice ciągów.

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[6]{n^6+n^5+n^4}-n\right)=\mathbf{1/6}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[5]{n^5+n^4}-n\right)=\mathbf{1/5}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[6]{n^6+n^4}-n\right)=\mathbf{0}$

d) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[6]{n^6+n^5}-n\right)=\mathbf{1/6}$

5. Podać w postaci przedziału zbiór wartości rzeczywistych parametru p, dla których podane wyrażenie przyjmuje tylko wartości nieujemne przy $x,y\in\mathbb{R}$. Bardzo starannie pisać nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $x^2+pxy+y^2$, $\left[\mathbf{-2,\, 2}\right]$

b) $x^2+pxy+9y^2$, $\left[\mathbf{-6,\, 6}\right]$

c) $4x^2+pxy+y^2$, $\left[\mathbf{-4,\, 4}\right]$

d) $4x^2+pxy+9y^2$, $\left[\mathbf{-12,\, 12}\right]$

6. Niech $z_1=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i$ oraz $z_2=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{i}{2}$. Dla podanej liczby zespolonej z podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią n, dla której liczba z^n jest rzeczywista dodatnia.

a) $z=1+z_2$, $n=\mathbf{24}$

b) $z=1+z_1$, $n=\mathbf{16}$

c) $z=z_1z_2$, $n=\mathbf{24}$

d) $z=z_1+z_2$, $n=\mathbf{48}$

7. Dla podanej liczby a wskazać liczby rzeczywiste b, c, d, e o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych z pięcioma niewiadomymi, którego rozwiązaniami są $(1,2,3,4,5)$ oraz $(2,3,5,7,11)$, rozwiązaniem tego układu jest także (a,b,c,d,e).

a) $a=0$, $b=\mathbf{1}$, $c=\mathbf{1}$, $d=\mathbf{1}$, $e=\mathbf{-1}$

b) $a=3$, $b=\mathbf{4}$, $c=\mathbf{7}$, $d=\mathbf{10}$, $e=\mathbf{17}$

c) $a=5$, $b=\mathbf{6}$, $c=\mathbf{11}$, $d=\mathbf{16}$, $e=\mathbf{29}$

d) $a=4$, $b=\mathbf{5}$, $c=\mathbf{9}$, $d=\mathbf{13}$, $e=\mathbf{23}$

8. Dla podanych liczb a, b wskazać liczby rzeczywiste c, d, e o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych **jednorodnych** z pięcioma niewiadomymi, którego rozwiązaniami są $(1,2,3,4,5)$ oraz $(2,3,5,7,11)$, rozwiązaniem tego układu jest także (a,b,c,d,e).

a) $a=1$, $b=7$, $c=\mathbf{8}$, $d=\mathbf{9}$, $e=\mathbf{0}$

b) $a=10$, $b=1$, $c=\mathbf{11}$, $d=\mathbf{21}$, $e=\mathbf{69}$

c) $a=1$, $b=10$, $c=\mathbf{11}$, $d=\mathbf{12}$, $e=\mathbf{-3}$

d) $a=1$, $b=1$, $c=\mathbf{2}$, $d=\mathbf{3}$, $e=\mathbf{6}$

9. Zbiorem elementów grupy jest zbiór $\{1,2,3,\ldots,22\}$, a działaniem jest mnożenie modulo 23. Dla podanego elementu g tej grupy podać element do niego odwrotny.

a) $g=5$, $g^{-1}=\mathbf{14}$

b) $g=3$, $g^{-1}=\mathbf{8}$

c) $g=2$, $g^{-1}=\mathbf{12}$

d) $g=4$, $g^{-1}=\mathbf{6}$

10. Niech $E(n)$ będzie liczbą elementów rzędu n w grupie cyklicznej rzędu 60. Wówczas.

a) $E(8)=\mathbf{0}$ b) $E(6)=\mathbf{2}$

c) $E(4)=\mathbf{2}$ d) $E(5)=\mathbf{4}$

11. Rzucamy trzy razy kostką do gry. Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że suma wyrzuconych oczek jest równa n. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(15)=\mathbf{5/108}$ b) $P(18)=\mathbf{1/216}$

c) $P(17)=\mathbf{1/72}$ d) $P(16)=\mathbf{1/36}$

12. Zdarzenia losowe A, B i C są niezależne. Dla podanych prawdopodobieństw $P(A\cap B)$, $P(A\cap C)$ i $P(B\cap C)$ podać w postaci ułamka nieskracalnego $P(A\cap B\cap C)$, o ile istnieją niezależne zdarzenia A, B i C spełniające podane warunki. Wpisać **NIE**, jeśli takie zdarzenia nie istnieją.

a) $P(A\cap B)=1/2$, $P(A\cap C)=1/2$, $P(B\cap C)=1/9$,
$P(A\cap B\cap C)=$ **NIE**

b) $P(A\cap B)=1/3$, $P(A\cap C)=1/3$, $P(B\cap C)=1/4$,
$P(A\cap B\cap C)=\mathbf{1/6}$

c) $P(A\cap B)=1/4$, $P(A\cap C)=1/4$, $P(B\cap C)=1/4$,
$P(A\cap B\cap C)=\mathbf{1/8}$

d) $P(A\cap B)=1/2$, $P(A\cap C)=1/3$, $P(B\cap C)=1/6$,
$P(A\cap B\cap C)=\mathbf{1/6}$

1. Podać w postaci przedziału zbiór wartości parametru p, dla których podany szereg jest zbieżny. Bardzo starannie pisać nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(p-3)^n}{n^2}$, $\quad \boldsymbol{\left[2, 4\right]}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2p+1)^n}{n}$, $\quad \boldsymbol{\left[-1, 0\right)}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(p-2)^n}{n}$, $\quad \boldsymbol{\left[1, 3\right)}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3p+1)^n}{n^2}$, $\quad \boldsymbol{\left[-2/3, 0\right]}$

2. Niech $C(a,b)$ będzie zdefiniowane wzorem $\int\limits_a^b \frac{dx}{x^2+x} = \ln C(a,b)$. Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $C(2,8) = \mathbf{4/3}$

b) $C(3,9) = \mathbf{6/5}$

c) $C(2,4) = \mathbf{6/5}$

d) $C(1,2) = \mathbf{4/3}$

3. Niech f będzie funkcją określoną wzorem $f(x) = x^2 \cdot e^x$. Podać wartość pochodnej odpowiedniego rzędu funkcji f w zerze.

a) $f^{(8)}(0) = \mathbf{56}$

b) $f^{(10)}(0) = \mathbf{90}$

c) $f^{(11)}(0) = \mathbf{110}$

d) $f^{(9)}(0) = \mathbf{72}$

4. Podać granice ciągów.

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[6]{n^6+n^5+n^4}-n\right)=\mathbf{1/6}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[6]{n^6+n^5}-n\right)=\mathbf{1/6}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[6]{n^6+n^4}-n\right)=\mathbf{0}$

d) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[5]{n^5+n^4}-n\right)=\mathbf{1/5}$

5. Podać w postaci przedziału zbiór wartości rzeczywistych parametru p, dla których podane wyrażenie przyjmuje tylko wartości nieujemne przy $x,y\in\mathbb{R}$. Bardzo starannie pisać nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $4x^2+pxy+9y^2$, $\quad\mathbf{[-12, 12]}$

b) $x^2+pxy+9y^2$, $\quad\mathbf{[-6, 6]}$

c) $4x^2+pxy+y^2$, $\quad\mathbf{[-4, 4]}$

d) $x^2+pxy+y^2$, $\quad\mathbf{[-2, 2]}$

6. Niech $z_1=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i$ oraz $z_2=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{i}{2}$. Dla podanej liczby zespolonej z podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią n, dla której liczba z^n jest rzeczywista dodatnia.

a) $z=1+z_1$, $\quad n=\mathbf{16}$

b) $z=z_1+z_2$, $\quad n=\mathbf{48}$

c) $z=1+z_2$, $\quad n=\mathbf{24}$

d) $z=z_1z_2$, $\quad n=\mathbf{24}$

7. Dla podanej liczby a wskazać liczby rzeczywiste b, c, d, e o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych z pięcioma niewiadomymi, którego rozwiązaniami są $(1,2,3,4,5)$ oraz $(2,3,5,7,11)$, rozwiązaniem tego układu jest także (a,b,c,d,e).

a) $a=0$, $b=\mathbf{1}$, $c=\mathbf{1}$, $d=\mathbf{1}$, $e=\mathbf{-1}$

b) $a=3$, $b=\mathbf{4}$, $c=\mathbf{7}$, $d=\mathbf{10}$, $e=\mathbf{17}$

c) $a=4$, $b=\mathbf{5}$, $c=\mathbf{9}$, $d=\mathbf{13}$, $e=\mathbf{23}$

d) $a=5$, $b=\mathbf{6}$, $c=\mathbf{11}$, $d=\mathbf{16}$, $e=\mathbf{29}$

8. Dla podanych liczb a, b wskazać liczby rzeczywiste c, d, e o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych **jednorodnych** z pięcioma niewiadomymi, którego rozwiązaniami są $(1,2,3,4,5)$ oraz $(2,3,5,7,11)$, rozwiązaniem tego układu jest także (a,b,c,d,e).

a) $a=1$, $b=1$, $c=\mathbf{2}$, $d=\mathbf{3}$, $e=\mathbf{6}$

b) $a=10$, $b=1$, $c=\mathbf{11}$, $d=\mathbf{21}$, $e=\mathbf{69}$

c) $a=1$, $b=10$, $c=\mathbf{11}$, $d=\mathbf{12}$, $e=\mathbf{-3}$

d) $a=1$, $b=7$, $c=\mathbf{8}$, $d=\mathbf{9}$, $e=\mathbf{0}$

9. Zbiorem elementów grupy jest zbiór $\{1,2,3,\ldots,22\}$, a działaniem jest mnożenie modulo 23. Dla podanego elementu g tej grupy podać element do niego odwrotny.

a) $g=3$, $g^{-1}=\mathbf{8}$　　　**b)** $g=4$, $g^{-1}=\mathbf{6}$

c) $g=2$, $g^{-1}=\mathbf{12}$　　　**d)** $g=5$, $g^{-1}=\mathbf{14}$

10. Niech $E(n)$ będzie liczbą elementów rzędu n w grupie cyklicznej rzędu 60. Wówczas.

a) $E(5) = \mathbf{4}$ **b)** $E(8) = \mathbf{0}$

c) $E(6) = \mathbf{2}$ **d)** $E(4) = \mathbf{2}$

11. Rzucamy trzy razy kostką do gry. Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że suma wyrzuconych oczek jest równa n. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(16) = \mathbf{1/36}$ **b)** $P(15) = \mathbf{5/108}$

c) $P(17) = \mathbf{1/72}$ **d)** $P(18) = \mathbf{1/216}$

12. Zdarzenia losowe A, B i C są niezależne. Dla podanych prawdopodobieństw $P(A\cap B)$, $P(A\cap C)$ i $P(B\cap C)$ podać w postaci ułamka nieskracalnego $P(A\cap B\cap C)$, o ile istnieją niezależne zdarzenia A, B i C spełniające podane warunki. Wpisać **NIE**, jeśli takie zdarzenia nie istnieją.

a) $P(A\cap B) = 1/2$, $P(A\cap C) = 1/2$, $P(B\cap C) = 1/9$,
$P(A\cap B\cap C) =$ **NIE**

b) $P(A\cap B) = 1/3$, $P(A\cap C) = 1/3$, $P(B\cap C) = 1/4$,
$P(A\cap B\cap C) = \mathbf{1/6}$

c) $P(A\cap B) = 1/2$, $P(A\cap C) = 1/3$, $P(B\cap C) = 1/6$,
$P(A\cap B\cap C) = \mathbf{1/6}$

d) $P(A\cap B) = 1/4$, $P(A\cap C) = 1/4$, $P(B\cap C) = 1/4$,
$P(A\cap B\cap C) = \mathbf{1/8}$

1. Podać w postaci przedziału zbiór wartości parametru p, dla których podany szereg jest zbieżny. Bardzo starannie pisać nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(p-3)^n}{n^2}$, $\quad \boldsymbol{\left[2, 4\right]}$

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(p-2)^n}{n}$, $\quad \boldsymbol{\left[1, 3\right)}$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(3p+1)^n}{n^2}$, $\quad \boldsymbol{\left[-2/3, 0\right]}$

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(2p+1)^n}{n}$, $\quad \boldsymbol{\left[-1, 0\right)}$

2. Niech $C(a,b)$ będzie zdefiniowane wzorem $\int\limits_a^b \frac{dx}{x^2+x} = \ln C(a,b)$. Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $C(2,4) = \mathbf{6/5}$

b) $C(3,9) = \mathbf{6/5}$

c) $C(2,8) = \mathbf{4/3}$

d) $C(1,2) = \mathbf{4/3}$

3. Niech f będzie funkcją określoną wzorem $f(x) = x^2 \cdot e^x$. Podać wartość pochodnej odpowiedniego rzędu funkcji f w zerze.

a) $f^{(11)}(0) = \mathbf{110}$

b) $f^{(10)}(0) = \mathbf{90}$

c) $f^{(8)}(0) = \mathbf{56}$

d) $f^{(9)}(0) = \mathbf{72}$

4. Podać granice ciągów.

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[6]{n^6+n^5+n^4}-n\right)=\mathbf{1/6}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[6]{n^6+n^4}-n\right)=\mathbf{0}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[6]{n^6+n^5}-n\right)=\mathbf{1/6}$

d) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[5]{n^5+n^4}-n\right)=\mathbf{1/5}$

5. Podać w postaci przedziału zbiór wartości rzeczywistych parametru p, dla których podane wyrażenie przyjmuje tylko wartości nieujemne przy $x,y\in\mathbb{R}$. Bardzo starannie pisać nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $4x^2+pxy+y^2$, $\quad \left[\mathbf{-4,\,4}\right]$

b) $x^2+pxy+y^2$, $\quad \left[\mathbf{-2,\,2}\right]$

c) $4x^2+pxy+9y^2$, $\quad \left[\mathbf{-12,\,12}\right]$

d) $x^2+pxy+9y^2$, $\quad \left[\mathbf{-6,\,6}\right]$

6. Niech $z_1=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i$ oraz $z_2=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{i}{2}$. Dla podanej liczby zespolonej z podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią n, dla której liczba z^n jest rzeczywista dodatnia.

a) $z=1+z_1$, $\quad n=\mathbf{16}$

b) $z=z_1+z_2$, $\quad n=\mathbf{48}$

c) $z=1+z_2$, $\quad n=\mathbf{24}$

d) $z=z_1z_2$, $\quad n=\mathbf{24}$

7. Dla podanej liczby a wskazać liczby rzeczywiste b, c, d, e o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych z pięcioma niewiadomymi, którego rozwiązaniami są $(1, 2, 3, 4, 5)$ oraz $(2, 3, 5, 7, 11)$, rozwiązaniem tego układu jest także (a, b, c, d, e).

a) $a=3$, $b=\mathbf{4}$, $c=\mathbf{7}$, $d=\mathbf{10}$, $e=\mathbf{17}$

b) $a=4$, $b=\mathbf{5}$, $c=\mathbf{9}$, $d=\mathbf{13}$, $e=\mathbf{23}$

c) $a=0$, $b=\mathbf{1}$, $c=\mathbf{1}$, $d=\mathbf{1}$, $e=\mathbf{-1}$

d) $a=5$, $b=\mathbf{6}$, $c=\mathbf{11}$, $d=\mathbf{16}$, $e=\mathbf{29}$

8. Dla podanych liczb a, b wskazać liczby rzeczywiste c, d, e o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych **jednorodnych** z pięcioma niewiadomymi, którego rozwiązaniami są $(1, 2, 3, 4, 5)$ oraz $(2, 3, 5, 7, 11)$, rozwiązaniem tego układu jest także (a, b, c, d, e).

a) $a=1$, $b=7$, $c=\mathbf{8}$, $d=\mathbf{9}$, $e=\mathbf{0}$

b) $a=10$, $b=1$, $c=\mathbf{11}$, $d=\mathbf{21}$, $e=\mathbf{69}$

c) $a=1$, $b=10$, $c=\mathbf{11}$, $d=\mathbf{12}$, $e=\mathbf{-3}$

d) $a=1$, $b=1$, $c=\mathbf{2}$, $d=\mathbf{3}$, $e=\mathbf{6}$

9. Zbiorem elementów grupy jest zbiór $\{1, 2, 3, \ldots, 22\}$, a działaniem jest mnożenie modulo 23. Dla podanego elementu g tej grupy podać element do niego odwrotny.

a) $g=3$, $g^{-1}=\mathbf{8}$

b) $g=5$, $g^{-1}=\mathbf{14}$

c) $g=2$, $g^{-1}=\mathbf{12}$

d) $g=4$, $g^{-1}=\mathbf{6}$

10. Niech $E(n)$ będzie liczbą elementów rzędu n w grupie cyklicznej rzędu 60. Wówczas.

a) $E(4) = \mathbf{2}$ **b)** $E(8) = \mathbf{0}$

c) $E(6) = \mathbf{2}$ **d)** $E(5) = \mathbf{4}$

11. Rzucamy trzy razy kostką do gry. Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że suma wyrzuconych oczek jest równa n. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(15) = \mathbf{5/108}$ **b)** $P(17) = \mathbf{1/72}$

c) $P(18) = \mathbf{1/216}$ **d)** $P(16) = \mathbf{1/36}$

12. Zdarzenia losowe A, B i C są niezależne. Dla podanych prawdopodobieństw $P(A \cap B)$, $P(A \cap C)$ i $P(B \cap C)$ podać w postaci ułamka nieskracalnego $P(A \cap B \cap C)$, o ile istnieją niezależne zdarzenia A, B i C spełniające podane warunki. Wpisać **NIE**, jeśli takie zdarzenia nie istnieją.

a) $P(A \cap B) = 1/3$, $P(A \cap C) = 1/3$, $P(B \cap C) = 1/4$,
$P(A \cap B \cap C) = \mathbf{1/6}$

b) $P(A \cap B) = 1/4$, $P(A \cap C) = 1/4$, $P(B \cap C) = 1/4$,
$P(A \cap B \cap C) = \mathbf{1/8}$

c) $P(A \cap B) = 1/2$, $P(A \cap C) = 1/3$, $P(B \cap C) = 1/6$,
$P(A \cap B \cap C) = \mathbf{1/6}$

d) $P(A \cap B) = 1/2$, $P(A \cap C) = 1/2$, $P(B \cap C) = 1/9$,
$P(A \cap B \cap C) =$ **NIE**

1. Podać w postaci przedziału zbiór wartości parametru p, dla których podany szereg jest zbieżny. Bardzo starannie pisać nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(p-2)^n}{n}$, $\quad\big[\mathbf{1,3}\big)$

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(3p+1)^n}{n^2}$, $\quad\big[\mathbf{-2/3,0}\big]$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(2p+1)^n}{n}$, $\quad\big[\mathbf{-1,0}\big)$

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(p-3)^n}{n^2}$, $\quad\big[\mathbf{2,4}\big]$

2. Niech $C(a,b)$ będzie zdefiniowane wzorem $\int\limits_a^b \frac{dx}{x^2+x}=\ln C(a,b)$. Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $C(2,4)=\mathbf{6/5}$ **b)** $C(2,8)=\mathbf{4/3}$

c) $C(1,2)=\mathbf{4/3}$ **d)** $C(3,9)=\mathbf{6/5}$

3. Niech f będzie funkcją określoną wzorem $f(x)=x^2\cdot e^x$. Podać wartość pochodnej odpowiedniego rzędu funkcji f w zerze.

a) $f^{(8)}(0)=\mathbf{56}$ **b)** $f^{(10)}(0)=\mathbf{90}$

c) $f^{(9)}(0)=\mathbf{72}$ **d)** $f^{(11)}(0)=\mathbf{110}$

4. Podać granice ciągów.

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[6]{n^6+n^5+n^4}-n\right)=\mathbf{1/6}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[6]{n^6+n^5}-n\right)=\mathbf{1/6}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[5]{n^5+n^4}-n\right)=\mathbf{1/5}$

d) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[6]{n^6+n^4}-n\right)=\mathbf{0}$

5. Podać w postaci przedziału zbiór wartości rzeczywistych parametru p, dla których podane wyrażenie przyjmuje tylko wartości nieujemne przy $x,y\in\mathbb{R}$. Bardzo starannie pisać nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $4x^2+pxy+y^2$, $\quad \left[\mathbf{-4,\ 4}\right]$

b) $x^2+pxy+y^2$, $\quad \left[\mathbf{-2,\ 2}\right]$

c) $x^2+pxy+9y^2$, $\quad \left[\mathbf{-6,\ 6}\right]$

d) $4x^2+pxy+9y^2$, $\quad \left[\mathbf{-12,\ 12}\right]$

6. Niech $z_1=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i$ oraz $z_2=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{i}{2}$. Dla podanej liczby zespolonej z podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią n, dla której liczba z^n jest rzeczywista dodatnia.

a) $z=1+z_1$, $\quad n=\mathbf{16}$

b) $z=z_1+z_2$, $\quad n=\mathbf{48}$

c) $z=1+z_2$, $\quad n=\mathbf{24}$

d) $z=z_1z_2$, $\quad n=\mathbf{24}$

7. Dla podanej liczby a wskazać liczby rzeczywiste b, c, d, e o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych z pięcioma niewiadomymi, którego rozwiązaniami są $(1,2,3,4,5)$ oraz $(2,3,5,7,11)$, rozwiązaniem tego układu jest także (a,b,c,d,e).

a) $a=5$, $b=\mathbf{6}$, $c=\mathbf{11}$, $d=\mathbf{16}$, $e=\mathbf{29}$

b) $a=3$, $b=\mathbf{4}$, $c=\mathbf{7}$, $d=\mathbf{10}$, $e=\mathbf{17}$

c) $a=4$, $b=\mathbf{5}$, $c=\mathbf{9}$, $d=\mathbf{13}$, $e=\mathbf{23}$

d) $a=0$, $b=\mathbf{1}$, $c=\mathbf{1}$, $d=\mathbf{1}$, $e=\mathbf{-1}$

8. Dla podanych liczb a, b wskazać liczby rzeczywiste c, d, e o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych **jednorodnych** z pięcioma niewiadomymi, którego rozwiązaniami są $(1,2,3,4,5)$ oraz $(2,3,5,7,11)$, rozwiązaniem tego układu jest także (a,b,c,d,e).

a) $a=1$, $b=7$, $c=\mathbf{8}$, $d=\mathbf{9}$, $e=\mathbf{0}$

b) $a=10$, $b=1$, $c=\mathbf{11}$, $d=\mathbf{21}$, $e=\mathbf{69}$

c) $a=1$, $b=10$, $c=\mathbf{11}$, $d=\mathbf{12}$, $e=\mathbf{-3}$

d) $a=1$, $b=1$, $c=\mathbf{2}$, $d=\mathbf{3}$, $e=\mathbf{6}$

9. Zbiorem elementów grupy jest zbiór $\{1,2,3,\ldots,22\}$, a działaniem jest mnożenie modulo 23. Dla podanego elementu g tej grupy podać element do niego odwrotny.

a) $g=5$, $g^{-1}=\mathbf{14}$ **b)** $g=2$, $g^{-1}=\mathbf{12}$

c) $g=3$, $g^{-1}=\mathbf{8}$ **d)** $g=4$, $g^{-1}=\mathbf{6}$

10. Niech $E(n)$ będzie liczbą elementów rzędu n w grupie cyklicznej rzędu 60. Wówczas.

a) $E(5) = \mathbf{4}$ **b)** $E(4) = \mathbf{2}$

c) $E(8) = \mathbf{0}$ **d)** $E(6) = \mathbf{2}$

11. Rzucamy trzy razy kostką do gry. Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że suma wyrzuconych oczek jest równa n. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(15) = \mathbf{5/108}$ **b)** $P(16) = \mathbf{1/36}$

c) $P(18) = \mathbf{1/216}$ **d)** $P(17) = \mathbf{1/72}$

12. Zdarzenia losowe A, B i C są niezależne. Dla podanych prawdopodobieństw $P(A \cap B)$, $P(A \cap C)$ i $P(B \cap C)$ podać w postaci ułamka nieskracalnego $P(A \cap B \cap C)$, o ile istnieją niezależne zdarzenia A, B i C spełniające podane warunki. Wpisać **NIE**, jeśli takie zdarzenia nie istnieją.

a) $P(A \cap B) = 1/4$, $P(A \cap C) = 1/4$, $P(B \cap C) = 1/4$, $P(A \cap B \cap C) = \mathbf{1/8}$

b) $P(A \cap B) = 1/3$, $P(A \cap C) = 1/3$, $P(B \cap C) = 1/4$, $P(A \cap B \cap C) = \mathbf{1/6}$

c) $P(A \cap B) = 1/2$, $P(A \cap C) = 1/2$, $P(B \cap C) = 1/9$, $P(A \cap B \cap C) =$ **NIE**

d) $P(A \cap B) = 1/2$, $P(A \cap C) = 1/3$, $P(B \cap C) = 1/6$, $P(A \cap B \cap C) = \mathbf{1/6}$