**1.** Podać zbiór rozwiązań nierówności.

**a)** $(x-16)^{2016}\cdot(x-64)^{2017}\geqslant 0,$ ..................................

**b)** $(x^3-16)^{2016}\cdot(x^2-64)^{2016}\geqslant 0,$ ................................

**c)** $(x^2-16)^{2017}\cdot(x^3-64)^{2017}\geqslant 0,$ ................................

**d)** $(x-16)^{2017}\cdot(x^6-64)^{2016}\geqslant 0,$ .................................

**2.** Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru $p$, dla których podany szereg jest zbieżny.

**a)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(5p-3)^n,$ ...............................................

**b)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(5p+1)^n,$ ...............................................

**c)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(3p+2)^n,$ ...............................................

**d)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(3p-1)^n,$ ...............................................

**3.** Dla każdej funkcji różniczkowalnej $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ spełniającej podane warunki istnieje taka liczba rzeczywista $x$, że $f'(x)=c$.
Dla podanych warunków wskazać taką liczbę rzeczywistą $c$, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

**a)** $f(2)=2,\quad f(7)=62,\quad c=$ ....................................

**b)** $f(0)=0,\quad f(6)=60,\quad c=$ ....................................

**c)** $f(6)=6,\quad f(9)=66,\quad c=$ ....................................

**d)** $f(4)=4,\quad f(8)=64,\quad c=$ ....................................

**4.** Podać **w uproszczonej postaci** wartość całki oznaczonej.

**a)** $\displaystyle\int_1^2 \frac{x^5\,dx}{x^6+8}=$ ............

**b)** $\displaystyle\int_1^2 \frac{x^4\,dx}{x^5+30}=$ ............

**c)** $\displaystyle\int_1^2 \frac{x^3\,dx}{x^4+4}=$ ............

**d)** $\displaystyle\int_1^4 \frac{x^2\,dx}{x^3+8}=$ ............

**5.** Podać wartość całki podwójnej.

**a)** $\displaystyle\int_{-1}^{1}\int_{|x|}^{\sqrt{2-x^2}} 10\,dy\,dx=$ ........

**b)** $\displaystyle\int_{-3}^{3}\int_{|x|}^{\sqrt{18-x^2}} 4\,dy\,dx=$ ........

**c)** $\displaystyle\int_{-2}^{2}\int_{|x|}^{\sqrt{8-x^2}} 7\,dy\,dx=$ ........

**d)** $\displaystyle\int_{-5}^{5}\int_{|x|}^{\sqrt{50-x^2}} 2\,dy\,dx=$ ........

**6.** Niech $z_1=7+8i$ oraz $z_2=8+7i$. Dla podanej liczby zespolonej $z_3$ podać taką liczbę zespoloną $z$, aby $|z-z_1|=|z-z_2|=|z-z_3|$ .

**a)** $z_3=3+8i$, $z=$ ........ **b)** $z_3=2+7i$, $z=$ ........

**c)** $z_3=7+4i$, $z=$ ........ **d)** $z_3=8+i$, $z=$ ........

**7.** Dla podanej liczby $a$ wskazać liczby rzeczywiste $b$ i $c$ o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych z trzema niewiadomymi, którego rozwiązaniami są $(1, 2, 3)$ oraz $(3, 8, 13)$, rozwiązaniem tego układu jest także $(a, b, c)$.

**a)** $a=0$, $b=$ ......................, $c=$ .......................

**b)** $a=2$, $b=$ ......................, $c=$ .......................

**c)** $a=5$, $b=$ ......................, $c=$ .......................

**d)** $a=4$, $b=$ ......................, $c=$ .......................

**8.** Dla podanych liczb $a$ i $b$ wskazać liczbę rzeczywistą $c$ o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych jednorodnych z trzema niewiadomymi, którego rozwiązaniami są $(1, 2, 3)$ oraz $(3, 8, 13)$, rozwiązaniem tego układu jest także $(a, b, c)$.

**a)** $a=5$, $b=8$, $c=$ ..............................................

**b)** $a=4$, $b=6$, $c=$ ..............................................

**c)** $a=2$, $b=4$, $c=$ ..............................................

**d)** $a=0$, $b=2$, $c=$ ..............................................

**9.** Zbiorem elementów grupy jest zbiór $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, a działaniem jest dodawanie modulo 11. Dla podanego elementu $g$ tej grupy podać element do niego odwrotny.

**a)** $g=6$, $g^{-1}=$ ..........  **b)** $g=4$, $g^{-1}=$ ..........

**c)** $g=3$, $g^{-1}=$ ..........  **d)** $g=5$, $g^{-1}=$ ..........

**10.** Zbiorem elementów grupy jest zbiór $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, a działaniem jest mnożenie modulo 11. Dla podanego elementu $g$ tej grupy podać element do niego odwrotny.

**a)** $g=6$, $g^{-1}=$ ..........  **b)** $g=5$, $g^{-1}=$ ..........

**c)** $g=3$, $g^{-1}=$ ..........  **d)** $g=4$, $g^{-1}=$ ..........

**11.** W urnie jest $b$ kul białych i $c$ kul czarnych. Losujemy (bez zwracania) dwie kule. Niech $P(b, c)$ oznacza prawdopodobieństwo, że wylosowano dwie tego samego koloru. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

**a)** $P(3,6)=$ .............  **b)** $P(2,2)=$ .............

**c)** $P(2,3)=$ .............  **d)** $P(3,3)=$ .............

**12.** Niech $P(n, k)$ będzie prawdopodobieństwem, że przy $n$ rzutach kostką do gry wypadnie dokładnie $k$ szóstek. Dla podanej liczby $k$ podać taką liczbę liczbę $n$ większą od $k$, że $P(n, k+1)=P(n, k)$.

**a)** $k=2$, $n=$ ...........  **b)** $k=5$, $n=$ ...........

**c)** $k=10$, $n=$ ...........  **d)** $k=1$, $n=$ ...........