1. Podać zbiór rozwiązań nierówności.

a) $(x-16)^{2016}\cdot(x-64)^{2017}\geqslant 0$, $\mathbf{\{16\}\cup[64,\ +\infty)}$

b) $(x^3-16)^{2016}\cdot(x^2-64)^{2016}\geqslant 0$, $\mathbf{(-\infty,\ +\infty)}$

c) $(x^2-16)^{2017}\cdot(x^3-64)^{2017}\geqslant 0$, $\mathbf{[-4,\ +\infty)}$

d) $(x-16)^{2017}\cdot(x^6-64)^{2016}\geqslant 0$, $\mathbf{\{-2\}\cup\{2\}\cup[16,\ +\infty)}$

2. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru p, dla których podany szereg jest zbieżny.

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(5p-3)^n$, $\mathbf{(2/5,\ 4/5)}$

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(5p+1)^n$, $\mathbf{(-2/5,\ 0)}$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(3p+2)^n$, $\mathbf{(-1,\ -1/3)}$

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(3p-1)^n$, $\mathbf{(0,\ 2/3)}$

3. Dla każdej funkcji różniczkowalnej $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ spełniającej podane warunki istnieje taka liczba rzeczywista x, że $f'(x)=c$.
Dla podanych warunków wskazać taką liczbę rzeczywistą c, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $f(2)=2, \quad f(7)=62, \quad c=\mathbf{12}$

b) $f(0)=0, \quad f(6)=60, \quad c=\mathbf{10}$

c) $f(6)=6, \quad f(9)=66, \quad c=\mathbf{20}$

d) $f(4)=4, \quad f(8)=64, \quad c=\mathbf{15}$

4. Podać **w uproszczonej postaci** wartość całki oznaczonej.

a) $\displaystyle\int\limits_1^2 \frac{x^5\,dx}{x^6+8}=\frac{\mathbf{ln2}}{\mathbf{2}}$

b) $\displaystyle\int\limits_1^2 \frac{x^4\,dx}{x^5+30}=\frac{\mathbf{ln2}}{\mathbf{5}}$

c) $\displaystyle\int\limits_1^2 \frac{x^3\,dx}{x^4+4}=\frac{\mathbf{ln2}}{\mathbf{2}}$

d) $\displaystyle\int\limits_1^4 \frac{x^2\,dx}{x^3+8}=\mathbf{ln2}$

5. Podać wartość całki podwójnej.

a) $\displaystyle\int\limits_{-1}^{1}\int\limits_{|x|}^{\sqrt{2-x^2}} 10\,dy\,dx=\boldsymbol{5\pi}$

b) $\displaystyle\int\limits_{-3}^{3}\int\limits_{|x|}^{\sqrt{18-x^2}} 4\,dy\,dx=\boldsymbol{18\pi}$

c) $\displaystyle\int\limits_{-2}^{2}\int\limits_{|x|}^{\sqrt{8-x^2}} 7\,dy\,dx=\boldsymbol{14\pi}$

d) $\displaystyle\int\limits_{-5}^{5}\int\limits_{|x|}^{\sqrt{50-x^2}} 2\,dy\,dx=\boldsymbol{25\pi}$

6. Niech $z_1=7+8i$ oraz $z_2=8+7i$. Dla podanej liczby zespolonej z_3 podać taką liczbę zespoloną z, aby $|z-z_1|=|z-z_2|=|z-z_3|$.

a) $z_3=3+8i$, $z=\mathbf{5+5i}$

b) $z_3=2+7i$, $z=\mathbf{5+5i}$

c) $z_3=7+4i$, $z=\mathbf{6+6i}$

d) $z_3=8+i$, $z=\mathbf{4+4i}$

7. Dla podanej liczby a wskazać liczby rzeczywiste b i c o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych z trzema niewiadomymi, którego rozwiązaniami są (1, 2, 3) oraz (3, 8, 13), rozwiązaniem tego układu jest także (a, b, c).

a) $a=0$, $b=\mathbf{-1}$, $c=\mathbf{-2}$

b) $a=2$, $b=\mathbf{5}$, $c=\mathbf{8}$

c) $a=5$, $b=\mathbf{14}$, $c=\mathbf{23}$

d) $a=4$, $b=\mathbf{11}$, $c=\mathbf{18}$

8. Dla podanych liczb a i b wskazać liczbę rzeczywistą c o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych jednorodnych z trzema niewiadomymi, którego rozwiązaniami są (1, 2, 3) oraz (3, 8, 13), rozwiązaniem tego układu jest także (a, b, c).

a) $a=5$, $b=8$, $c=\mathbf{11}$

b) $a=4$, $b=6$, $c=\mathbf{8}$

c) $a=2$, $b=4$, $c=\mathbf{6}$

d) $a=0$, $b=2$, $c=\mathbf{4}$

9. Zbiorem elementów grupy jest zbiór $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, a działaniem jest dodawanie modulo 11. Dla podanego elementu g tej grupy podać element do niego odwrotny.

a) $g=6$, $g^{-1}=\mathbf{5}$ **b)** $g=4$, $g^{-1}=\mathbf{7}$

c) $g=3$, $g^{-1}=\mathbf{8}$ **d)** $g=5$, $g^{-1}=\mathbf{6}$

10. Zbiorem elementów grupy jest zbiór $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, a działaniem jest mnożenie modulo 11. Dla podanego elementu g tej grupy podać element do niego odwrotny.

a) $g=6$, $g^{-1}=\mathbf{2}$ **b)** $g=5$, $g^{-1}=\mathbf{9}$

c) $g=3$, $g^{-1}=\mathbf{4}$ **d)** $g=4$, $g^{-1}=\mathbf{3}$

11. W urnie jest b kul białych i c kul czarnych. Losujemy (bez zwracania) dwie kule. Niech $P(b, c)$ oznacza prawdopodobieństwo, że wylosowano dwie tego samego koloru. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(3, 6)=\mathbf{1/2}$ **b)** $P(2, 2)=\mathbf{1/3}$

c) $P(2, 3)=\mathbf{2/5}$ **d)** $P(3, 3)=\mathbf{2/5}$

12. Niech $P(n, k)$ będzie prawdopodobieństwem, że przy n rzutach kostką do gry wypadnie dokładnie k szóstek. Dla podanej liczby k podać taką liczbę liczbę n większą od k, że $P(n, k+1)=P(n, k)$.

a) $k=2$, $n=\mathbf{17}$ **b)** $k=5$, $n=\mathbf{35}$

c) $k=10$, $n=\mathbf{65}$ **d)** $k=1$, $n=\mathbf{11}$