**1.** Dla podanej liczby $p$ podać kres górny zbioru

$$Z=\left\{\frac{1}{10n-p}: n\in\mathbb{N}\right\}, \qquad \text{gdzie} \qquad \mathbb{N}=\{1,2,3,4,\ldots\}\,.$$

a) $p=11$, $\sup Z=$ ..............................................

b) $p=23$, $\sup Z=$ ..............................................

c) $p=36$, $\sup Z=$ ..............................................

d) $p=49$, $\sup Z=$ ..............................................

**2.** Wiadomo, że ciąg $(a_n)$ o wyrazach rzeczywistych różnych od zera spełnia podany warunek. Podać zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru $p$, dla których możemy na tej podstawie wywnioskować, że szereg $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ jest **rozbieżny**.

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{a_n}=p$, ..............................................

b) $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=p$, ..............................................

c) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{a_{n+1}}=p$, ..............................................

d) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=p$, ..............................................

**3.** Niech $P(m,n)$ będzie polem figury $\{(x,y): x\in[0,1]\wedge x^n\leqslant y\leqslant x^m\}$. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(1,3)=$ ..............................................

b) $P(1,2)=$ ..............................................

c) $P(2,5)=$ ..............................................

d) $P(1,5)=$ ..............................................

**4.** Dla funkcji $f$ określonej podanym wzorem podać najmniejszą liczbę rzeczywistą $C$ o następującej własności: Dla dowolnych liczb rzeczywistych $x,y \in [1,2]$ zachodzi nierówność $|f(x)-f(y)| \leqslant C \cdot |x-y|$ .

a) $f(x)=x^3$, $C=$ ..............................................

b) $f(x)=x^2$, $C=$ ..............................................

c) $f(x)=\sqrt{x}$, $C=$ ..............................................

d) $f(x)=1/x$, $C=$ ..............................................

**5.** Dla podanej liczby $a$ podać zbiór wszystkich liczb rzeczywistych $p$ o następującej własności: Dla dowolnych liczb rzeczywistych $x$, $y$ zachodzi nierówność $px^2+axy+y^2 \geqslant 0$.

a) $a=2$, $p\in$ ..............................................

b) $a=6$, $p\in$ ..............................................

c) $a=4$, $p\in$ ..............................................

d) $a=8$, $p\in$ ..............................................

**6.** Niech $z=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}$. Podać w postaci kartezjańskiej:

a) $z^{25}=$ ..............................................

b) $z^{10}=$ ..............................................

c) $z^{5}=$ ..............................................

d) $z^{7}=$ ..............................................

**7.** Dla podanych liczb $a$ i $b$ wskazać liczby $c$ i $d$ o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych jednorodnych z czterema niewiadomymi, którego rozwiązaniami są $(1,2,3,4)$ oraz $(2,3,5,6)$, rozwiązaniem tego układu jest także $(a,b,c,d)$.

a) $a=1$, $b=1$, $c=$ ...................., $d=$ ....................

b) $a=2$, $b=1$, $c=$ ..................., $d=$ ...................

c) $a=3$, $b=4$, $c=$ ...................., $d=$ ....................

d) $a=3$, $b=2$, $c=$ ..................., $d=$ ...................

**8.** Dla podanej liczby $a$ wskazać liczby $b$, $c$ i $d$ o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych z czterema niewiadomymi, którego rozwiązaniami są $(1,2,3,4)$ oraz $(2,3,5,6)$, rozwiązaniem tego układu jest także $(a,b,c,d)$.

a) $a=6$, $b=$ ............., $c=$ ............., $d=$ ............

b) $a=5$, $b=$ ............., $c=$ ............., $d=$ ............

c) $a=4$, $b=$ ............., $c=$ ............., $d=$ ............

d) $a=3$, $b=$ ............., $c=$ ............., $d=$ ............

**9.** Wiadomo, że element $a$ grupy abelowej (przemiennej) spełnia warunki $a^n=e$ oraz $a^k\neq e$. Dla podanych liczb $n$ i $k$ podać najmniejszy możliwy rząd $r$ elementu $a$.

a) $n=180$, $k=60$, $r=$ ........................................

b) $n=60$, $k=24$, $r=$ ........................................

c) $n=30$, $k=10$, $r=$ ........................................

d) $n=120$, $k=30$, $r=$ ........................................

**10.** Dla podanej liczby $r$ podać liczbę $N$ elementów rzędu $r$ w grupie cyklicznej rzędu 100!. (sto silnia)

a) $r=60$, $N=$ ..............................................

b) $r=30$, $N=$ ..............................................

c) $r=19$, $N=$ ..............................................

d) $r=27$, $N=$ ..............................................

**11.** Niech $P(n)$ będzie prawdopodobieństwem, że przy $n$ rzutach monetą wypadnie co najwyżej jeden orzeł.

Liczbę całkowitą dodatnią $n$ nazwiemy *klawą*, jeżeli liczba $1/P(n)$ jest całkowita.

Dla podanej liczby $k$ podać najmniejszą *klawą* liczbę $n$ większą od $k$.

a) $k=77$, $n=$ ..............................................

b) $k=11$, $n=$ ..............................................

c) $k=33$, $n=$ ..............................................

d) $k=55$, $n=$ ..............................................

**12.** W urnie jest $b$ kul białych i $c$ czarnych. Losujemy dwie kule (bez zwracania). Dla podanych liczb $b$ oraz $p$ podać taką liczbę $c$, że prawdopodobieństwo wylosowania dwóch kul białych jest równe $p$.

a) $b=3$, $p=1/5$, $c=$ ..........................................

b) $b=6$, $p=1/3$, $c=$ ..........................................

c) $b=15$, $p=1/2$, $c=$ ..........................................

d) $b=3$, $p=1/2$, $c=$ ..........................................