1. Dla podanej liczby p podać kres górny zbioru

$$Z=\left\{\frac{1}{10n-p}:n\in\mathbb{N}\right\},\qquad \text{gdzie}\qquad \mathbb{N}=\{1,2,3,4,\ldots\}\ .$$

a) $p=11$, $\sup Z=\mathbf{1/9}$

b) $p=23$, $\sup Z=\mathbf{1/7}$

c) $p=36$, $\sup Z=\mathbf{1/4}$

d) $p=49$, $\sup Z=\mathbf{1}$

2. Wiadomo, że ciąg (a_n) o wyrazach rzeczywistych różnych od zera spełnia podany warunek. Podać zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru p, dla których możemy na tej podstawie wywnioskować, że szereg $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ jest **rozbieżny**.

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{a_n}=p$, $\quad(\mathbf{-\infty,\ +\infty})$

b) $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=p$, $\quad(\mathbf{-\infty,\ 0})\cup(\mathbf{0,\ +\infty})$

c) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{a_{n+1}}=p$, $\quad(\mathbf{-1,\ 1})$

d) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=p$, $\quad(\mathbf{-\infty,\ -1})\cup(\mathbf{1,\ +\infty})$

3. Niech $P(m,n)$ będzie polem figury $\{(x,y):x\in[0,1]\wedge x^n\leqslant y\leqslant x^m\}$. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(1,3)=\mathbf{1/4}$

b) $P(1,2)=\mathbf{1/6}$

c) $P(2,5)=\mathbf{1/6}$

d) $P(1,5)=\mathbf{1/3}$

4. Dla funkcji f określonej podanym wzorem podać najmniejszą liczbę rzeczywistą C o następującej własności: Dla dowolnych liczb rzeczywistych $x,y\in[1,2]$ zachodzi nierówność $|f(x)-f(y)|\leqslant C\cdot|x-y|$.

a) $f(x)=x^3$, $\quad C=\mathbf{12}$

b) $f(x)=x^2$, $\quad C=\mathbf{4}$

c) $f(x)=\sqrt{x}$, $\quad C=\mathbf{1/2}$

d) $f(x)=1/x$, $\quad C=\mathbf{1}$

5. Dla podanej liczby a podać zbiór wszystkich liczb rzeczywistych p o następującej własności: Dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y zachodzi nierówność $px^2+axy+y^2\geqslant 0$.

a) $a=2$, $\quad p\in[\mathbf{1},+\infty)$

b) $a=6$, $\quad p\in[\mathbf{9},+\infty)$

c) $a=4$, $\quad p\in[\mathbf{4},+\infty)$

d) $a=8$, $\quad p\in[\mathbf{16},+\infty)$

6. Niech $z=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}$. Podać w postaci kartezjańskiej:

a) $z^{25}=\mathbf{\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}}$

b) $z^{10}=\mathbf{\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}\cdot i}{2}}$

c) $z^{5}=\mathbf{-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}}$

d) $z^{7}=\mathbf{-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{i}{2}}$

7. Dla podanych liczb a i b wskazać liczby c i d o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych jednorodnych z czterema niewiadomymi, którego rozwiązaniami są $(1, 2, 3, 4)$ oraz $(2, 3, 5, 6)$, rozwiązaniem tego układu jest także (a, b, c, d).

a) $a=1, \quad b=1, \quad c=\mathbf{2}, \quad d=\mathbf{2}$

b) $a=2, \quad b=1, \quad c=\mathbf{3}, \quad d=\mathbf{2}$

c) $a=3, \quad b=4, \quad c=\mathbf{7}, \quad d=\mathbf{8}$

d) $a=3, \quad b=2, \quad c=\mathbf{5}, \quad d=\mathbf{4}$

8. Dla podanej liczby a wskazać liczby b, c i d o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych z czterema niewiadomymi, którego rozwiązaniami są $(1, 2, 3, 4)$ oraz $(2, 3, 5, 6)$, rozwiązaniem tego układu jest także (a, b, c, d).

a) $a=6, \quad b=\mathbf{7}, \quad c=\mathbf{13}, \quad d=\mathbf{14}$

b) $a=5, \quad b=\mathbf{6}, \quad c=\mathbf{11}, \quad d=\mathbf{12}$

c) $a=4, \quad b=\mathbf{5}, \quad c=\mathbf{9}, \quad d=\mathbf{10}$

d) $a=3, \quad b=\mathbf{4}, \quad c=\mathbf{7}, \quad d=\mathbf{8}$

9. Wiadomo, że element a grupy abelowej (przemiennej) spełnia warunki $a^n=e$ oraz $a^k\neq e$. Dla podanych liczb n i k podać najmniejszy możliwy rząd r elementu a.

a) $n=180, \quad k=60, \quad r=\mathbf{9}$

b) $n=60, \quad k=24, \quad r=\mathbf{5}$

c) $n=30, \quad k=10, \quad r=\mathbf{3}$

d) $n=120, \quad k=30, \quad r=\mathbf{4}$

10. Dla podanej liczby r podać liczbę N elementów rzędu r w grupie cyklicznej rzędu 100!. (sto silnia)

a) $r=60$, $N=\mathbf{16}$

b) $r=30$, $N=\mathbf{8}$

c) $r=19$, $N=\mathbf{18}$

d) $r=27$, $N=\mathbf{18}$

11. Niech $P(n)$ będzie prawdopodobieństwem, że przy n rzutach monetą wypadnie co najwyżej jeden orzeł.

Liczbę całkowitą dodatnią n nazwiemy *klawą*, jeżeli liczba $1/P(n)$ jest całkowita.

Dla podanej liczby k podać najmniejszą *klawą* liczbę n większą od k.

a) $k=77$, $n=\mathbf{127}$

b) $k=11$, $n=\mathbf{15}$

c) $k=33$, $n=\mathbf{63}$

d) $k=55$, $n=\mathbf{63}$

12. W urnie jest b kul białych i c czarnych. Losujemy dwie kule (bez zwracania). Dla podanych liczb b oraz p podać taką liczbę c, że prawdopodobieństwo wylosowania dwóch kul białych jest równe p.

a) $b=3$, $p=1/5$, $c=\mathbf{3}$

b) $b=6$, $p=1/3$, $c=\mathbf{4}$

c) $b=15$, $p=1/2$, $c=\mathbf{6}$

d) $b=3$, $p=1/2$, $c=\mathbf{1}$

1. Dla podanej liczby p podać kres górny zbioru

$$Z=\left\{\frac{1}{10n-p}:n\in\mathbb{N}\right\}, \qquad \text{gdzie} \qquad \mathbb{N}=\{1,2,3,4,\ldots\}\,.$$

a) $p=36$, $\sup Z=\mathbf{1/4}$

b) $p=23$, $\sup Z=\mathbf{1/7}$

c) $p=11$, $\sup Z=\mathbf{1/9}$

d) $p=49$, $\sup Z=\mathbf{1}$

2. Wiadomo, że ciąg (a_n) o wyrazach rzeczywistych różnych od zera spełnia podany warunek. Podać zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru p, dla których możemy na tej podstawie wywnioskować, że szereg $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ jest **rozbieżny**.

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=p$, $\quad(\mathbf{-\infty,-1})\cup(\mathbf{1,+\infty})$

b) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{a_{n+1}}=p$, $\quad(\mathbf{-1,1})$

c) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{a_n}=p$, $\quad(\mathbf{-\infty,+\infty})$

d) $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=p$, $\quad(\mathbf{-\infty,0})\cup(\mathbf{0,+\infty})$

3. Niech $P(m,n)$ będzie polem figury $\{(x,y):x\in[0,1]\wedge x^n\leqslant y\leqslant x^m\}$. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(2,5)=\mathbf{1/6}$

b) $P(1,3)=\mathbf{1/4}$

c) $P(1,2)=\mathbf{1/6}$

d) $P(1,5)=\mathbf{1/3}$

4. Dla funkcji f określonej podanym wzorem podać najmniejszą liczbę rzeczywistą C o następującej własności: Dla dowolnych liczb rzeczywistych $x,y \in [1,2]$ zachodzi nierówność $|f(x)-f(y)| \leqslant C \cdot |x-y|$.

a) $f(x)=x^3$, $\quad C=\mathbf{12}$

b) $f(x)=1/x$, $\quad C=\mathbf{1}$

c) $f(x)=\sqrt{x}$, $\quad C=\mathbf{1/2}$

d) $f(x)=x^2$, $\quad C=\mathbf{4}$

5. Dla podanej liczby a podać zbiór wszystkich liczb rzeczywistych p o następującej własności: Dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y zachodzi nierówność $px^2+axy+y^2 \geqslant 0$.

a) $a=8$, $\quad p\in [\mathbf{16,\ +\infty})$

b) $a=6$, $\quad p\in [\mathbf{9,\ +\infty})$

c) $a=4$, $\quad p\in [\mathbf{4,\ +\infty})$

d) $a=2$, $\quad p\in [\mathbf{1,\ +\infty})$

6. Niech $z=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}$. Podać w postaci kartezjańskiej:

a) $z^{10}=\mathbf{\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}\cdot i}{2}}$

b) $z^7=\mathbf{-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{i}{2}}$

c) $z^{25}=\mathbf{\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}}$

d) $z^5=\mathbf{-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}}$

7. Dla podanych liczb a i b wskazać liczby c i d o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych jednorodnych z czterema niewiadomymi, którego rozwiązaniami są $(1,2,3,4)$ oraz $(2,3,5,6)$, rozwiązaniem tego układu jest także (a,b,c,d).

a) $a=1, \quad b=1, \quad c=\mathbf{2}, \quad d=\mathbf{2}$

b) $a=2, \quad b=1, \quad c=\mathbf{3}, \quad d=\mathbf{2}$

c) $a=3, \quad b=2, \quad c=\mathbf{5}, \quad d=\mathbf{4}$

d) $a=3, \quad b=4, \quad c=\mathbf{7}, \quad d=\mathbf{8}$

8. Dla podanej liczby a wskazać liczby b, c i d o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych z czterema niewiadomymi, którego rozwiązaniami są $(1,2,3,4)$ oraz $(2,3,5,6)$, rozwiązaniem tego układu jest także (a,b,c,d).

a) $a=3, \quad b=\mathbf{4}, \quad c=\mathbf{7}, \quad d=\mathbf{8}$

b) $a=5, \quad b=\mathbf{6}, \quad c=\mathbf{11}, \quad d=\mathbf{12}$

c) $a=4, \quad b=\mathbf{5}, \quad c=\mathbf{9}, \quad d=\mathbf{10}$

d) $a=6, \quad b=\mathbf{7}, \quad c=\mathbf{13}, \quad d=\mathbf{14}$

9. Wiadomo, że element a grupy abelowej (przemiennej) spełnia warunki $a^n=e$ oraz $a^k\neq e$. Dla podanych liczb n i k podać najmniejszy możliwy rząd r elementu a.

a) $n=60, \quad k=24, \quad r=\mathbf{5}$

b) $n=120, \quad k=30, \quad r=\mathbf{4}$

c) $n=30, \quad k=10, \quad r=\mathbf{3}$

d) $n=180, \quad k=60, \quad r=\mathbf{9}$

10. Dla podanej liczby r podać liczbę N elementów rzędu r w grupie cyklicznej rzędu 100!. (sto silnia)

a) $r=27$, $N=\mathbf{18}$

b) $r=60$, $N=\mathbf{16}$

c) $r=30$, $N=\mathbf{8}$

d) $r=19$, $N=\mathbf{18}$

11. Niech $P(n)$ będzie prawdopodobieństwem, że przy n rzutach monetą wypadnie co najwyżej jeden orzeł.

Liczbę całkowitą dodatnią n nazwiemy *klawą*, jeżeli liczba $1/P(n)$ jest całkowita.

Dla podanej liczby k podać najmniejszą *klawą* liczbę n większą od k.

a) $k=55$, $n=\mathbf{63}$

b) $k=77$, $n=\mathbf{127}$

c) $k=33$, $n=\mathbf{63}$

d) $k=11$, $n=\mathbf{15}$

12. W urnie jest b kul białych i c czarnych. Losujemy dwie kule (bez zwracania). Dla podanych liczb b oraz p podać taką liczbę c, że prawdopodobieństwo wylosowania dwóch kul białych jest równe p.

a) $b=3$, $p=1/5$, $c=\mathbf{3}$

b) $b=6$, $p=1/3$, $c=\mathbf{4}$

c) $b=3$, $p=1/2$, $c=\mathbf{1}$

d) $b=15$, $p=1/2$, $c=\mathbf{6}$

1. Dla podanej liczby p podać kres górny zbioru

$$Z=\left\{\frac{1}{10n-p}:n\in\mathbb{N}\right\},\qquad\text{gdzie}\qquad\mathbb{N}=\{1,2,3,4,\ldots\}\,.$$

a) $p=36$, $\sup Z=\mathbf{1/4}$

b) $p=11$, $\sup Z=\mathbf{1/9}$

c) $p=49$, $\sup Z=\mathbf{1}$

d) $p=23$, $\sup Z=\mathbf{1/7}$

2. Wiadomo, że ciąg (a_n) o wyrazach rzeczywistych różnych od zera spełnia podany warunek. Podać zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru p, dla których możemy na tej podstawie wywnioskować, że szereg $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ jest **rozbieżny**.

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{a_n}=p$, $\quad(\mathbf{-\infty,+\infty})$

b) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{a_{n+1}}=p$, $\quad(\mathbf{-1,1})$

c) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=p$, $\quad(\mathbf{-\infty,-1})\cup(\mathbf{1,+\infty})$

d) $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=p$, $\quad(\mathbf{-\infty,0})\cup(\mathbf{0,+\infty})$

3. Niech $P(m,n)$ będzie polem figury $\{(x,y):x\in[0,1]\wedge x^n\leqslant y\leqslant x^m\}$. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(1,2)=\mathbf{1/6}$

b) $P(1,3)=\mathbf{1/4}$

c) $P(2,5)=\mathbf{1/6}$

d) $P(1,5)=\mathbf{1/3}$

4. Dla funkcji f określonej podanym wzorem podać najmniejszą liczbę rzeczywistą C o następującej własności: Dla dowolnych liczb rzeczywistych $x,y\in[1,2]$ zachodzi nierówność $|f(x)-f(y)|\leqslant C\cdot|x-y|$.

a) $f(x)=x^3$, $C=\mathbf{12}$

b) $f(x)=\sqrt{x}$, $C=\mathbf{1/2}$

c) $f(x)=1/x$, $C=\mathbf{1}$

d) $f(x)=x^2$, $C=\mathbf{4}$

5. Dla podanej liczby a podać zbiór wszystkich liczb rzeczywistych p o następującej własności: Dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y zachodzi nierówność $px^2+axy+y^2\geqslant 0$.

a) $a=4$, $p\in[\mathbf{4,+\infty})$

b) $a=2$, $p\in[\mathbf{1,+\infty})$

c) $a=8$, $p\in[\mathbf{16,+\infty})$

d) $a=6$, $p\in[\mathbf{9,+\infty})$

6. Niech $z=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}$. Podać w postaci kartezjańskiej:

a) $z^{10}=\mathbf{\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}\cdot i}{2}}$

b) $z^{7}=\mathbf{-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{i}{2}}$

c) $z^{25}=\mathbf{\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}}$

d) $z^{5}=\mathbf{-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}}$

7. Dla podanych liczb a i b wskazać liczby c i d o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych jednorodnych z czterema niewiadomymi, którego rozwiązaniami są $(1,2,3,4)$ oraz $(2,3,5,6)$, rozwiązaniem tego układu jest także (a,b,c,d).

a) $a=2, \quad b=1, \quad c=\mathbf{3}, \quad d=\mathbf{2}$

b) $a=3, \quad b=2, \quad c=\mathbf{5}, \quad d=\mathbf{4}$

c) $a=1, \quad b=1, \quad c=\mathbf{2}, \quad d=\mathbf{2}$

d) $a=3, \quad b=4, \quad c=\mathbf{7}, \quad d=\mathbf{8}$

8. Dla podanej liczby a wskazać liczby b, c i d o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych z czterema niewiadomymi, którego rozwiązaniami są $(1,2,3,4)$ oraz $(2,3,5,6)$, rozwiązaniem tego układu jest także (a,b,c,d).

a) $a=6, \quad b=\mathbf{7}, \quad c=\mathbf{13}, \quad d=\mathbf{14}$

b) $a=5, \quad b=\mathbf{6}, \quad c=\mathbf{11}, \quad d=\mathbf{12}$

c) $a=4, \quad b=\mathbf{5}, \quad c=\mathbf{9}, \quad d=\mathbf{10}$

d) $a=3, \quad b=\mathbf{4}, \quad c=\mathbf{7}, \quad d=\mathbf{8}$

9. Wiadomo, że element a grupy abelowej (przemiennej) spełnia warunki $a^n=e$ oraz $a^k\neq e$. Dla podanych liczb n i k podać najmniejszy możliwy rząd r elementu a.

a) $n=60, \quad k=24, \quad r=\mathbf{5}$

b) $n=180, \quad k=60, \quad r=\mathbf{9}$

c) $n=30, \quad k=10, \quad r=\mathbf{3}$

d) $n=120, \quad k=30, \quad r=\mathbf{4}$

10. Dla podanej liczby r podać liczbę N elementów rzędu r w grupie cyklicznej rzędu 100!. (sto silnia)

a) $r = 19$, $N =$ **18**

b) $r = 60$, $N =$ **16**

c) $r = 30$, $N =$ **8**

d) $r = 27$, $N =$ **18**

11. Niech $P(n)$ będzie prawdopodobieństwem, że przy n rzutach monetą wypadnie co najwyżej jeden orzeł.

Liczbę całkowitą dodatnią n nazwiemy *klawą*, jeżeli liczba $1/P(n)$ jest całkowita.

Dla podanej liczby k podać najmniejszą *klawą* liczbę n większą od k.

a) $k = 77$, $n =$ **127**

b) $k = 33$, $n =$ **63**

c) $k = 11$, $n =$ **15**

d) $k = 55$, $n =$ **63**

12. W urnie jest b kul białych i c czarnych. Losujemy dwie kule (bez zwracania). Dla podanych liczb b oraz p podać taką liczbę c, że prawdopodobieństwo wylosowania dwóch kul białych jest równe p.

a) $b = 6$, $p = 1/3$, $c =$ **4**

b) $b = 15$, $p = 1/2$, $c =$ **6**

c) $b = 3$, $p = 1/2$, $c =$ **1**

d) $b = 3$, $p = 1/5$, $c =$ **3**

1. Dla podanej liczby p podać kres górny zbioru

$$Z=\left\{\frac{1}{10n-p}:n\in\mathbb{N}\right\},\qquad \text{gdzie}\qquad \mathbb{N}=\{1,2,3,4,\dots\}\,.$$

a) $p=11,\quad \sup Z=\mathbf{1/9}$

b) $p=49,\quad \sup Z=\mathbf{1}$

c) $p=23,\quad \sup Z=\mathbf{1/7}$

d) $p=36,\quad \sup Z=\mathbf{1/4}$

2. Wiadomo, że ciąg (a_n) o wyrazach rzeczywistych różnych od zera spełnia podany warunek. Podać zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru p, dla których możemy na tej podstawie wywnioskować, że szereg $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ jest **rozbieżny**.

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{a_n}=p,\qquad \boldsymbol{(-\infty,+\infty)}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=p,\qquad \boldsymbol{(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=p,\qquad \boldsymbol{(-\infty,0)\cup(0,+\infty)}$

d) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{a_{n+1}}=p,\qquad \boldsymbol{(-1,1)}$

3. Niech $P(m,n)$ będzie polem figury $\{(x,y):x\in[0,1]\wedge x^n\leqslant y\leqslant x^m\}$. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(2,5)=\mathbf{1/6}$

b) $P(1,3)=\mathbf{1/4}$

c) $P(1,5)=\mathbf{1/3}$

d) $P(1,2)=\mathbf{1/6}$

4. Dla funkcji f określonej podanym wzorem podać najmniejszą liczbę rzeczywistą C o następującej własności: Dla dowolnych liczb rzeczywistych $x,y\in[1,2]$ zachodzi nierówność $|f(x)-f(y)|\leqslant C\cdot|x-y|$.

a) $f(x)=x^3,\quad C=\mathbf{12}$

b) $f(x)=1/x,\quad C=\mathbf{1}$

c) $f(x)=x^2,\quad C=\mathbf{4}$

d) $f(x)=\sqrt{x},\quad C=\mathbf{1/2}$

5. Dla podanej liczby a podać zbiór wszystkich liczb rzeczywistych p o następującej własności: Dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y zachodzi nierówność $px^2+axy+y^2\geqslant 0$.

a) $a=4,\quad p\in[\mathbf{4},+\infty)$

b) $a=2,\quad p\in[\mathbf{1},+\infty)$

c) $a=6,\quad p\in[\mathbf{9},+\infty)$

d) $a=8,\quad p\in[\mathbf{16},+\infty)$

6. Niech $z=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}$. Podać w postaci kartezjańskiej:

a) $z^{10}=\mathbf{\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}\cdot i}{2}}$

b) $z^7=\mathbf{-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{i}{2}}$

c) $z^{25}=\mathbf{\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}}$

d) $z^5=\mathbf{-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}}$

7. Dla podanych liczb a i b wskazać liczby c i d o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych jednorodnych z czterema niewiadomymi, którego rozwiązaniami są $(1,2,3,4)$ oraz $(2,3,5,6)$, rozwiązaniem tego układu jest także (a,b,c,d).

a) $a=3, \quad b=4, \quad c=\mathbf{7}, \quad d=\mathbf{8}$

b) $a=2, \quad b=1, \quad c=\mathbf{3}, \quad d=\mathbf{2}$

c) $a=3, \quad b=2, \quad c=\mathbf{5}, \quad d=\mathbf{4}$

d) $a=1, \quad b=1, \quad c=\mathbf{2}, \quad d=\mathbf{2}$

8. Dla podanej liczby a wskazać liczby b, c i d o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych z czterema niewiadomymi, którego rozwiązaniami są $(1,2,3,4)$ oraz $(2,3,5,6)$, rozwiązaniem tego układu jest także (a,b,c,d).

a) $a=6, \quad b=\mathbf{7}, \quad c=\mathbf{13}, \quad d=\mathbf{14}$

b) $a=5, \quad b=\mathbf{6}, \quad c=\mathbf{11}, \quad d=\mathbf{12}$

c) $a=4, \quad b=\mathbf{5}, \quad c=\mathbf{9}, \quad d=\mathbf{10}$

d) $a=3, \quad b=\mathbf{4}, \quad c=\mathbf{7}, \quad d=\mathbf{8}$

9. Wiadomo, że element a grupy abelowej (przemiennej) spełnia warunki $a^n=e$ oraz $a^k\neq e$. Dla podanych liczb n i k podać najmniejszy możliwy rząd r elementu a.

a) $n=180, \quad k=60, \quad r=\mathbf{9}$

b) $n=30, \quad k=10, \quad r=\mathbf{3}$

c) $n=60, \quad k=24, \quad r=\mathbf{5}$

d) $n=120, \quad k=30, \quad r=\mathbf{4}$

10. Dla podanej liczby r podać liczbę N elementów rzędu r w grupie cyklicznej rzędu 100!. (sto silnia)

a) $r=27$, $N=\mathbf{18}$

b) $r=19$, $N=\mathbf{18}$

c) $r=60$, $N=\mathbf{16}$

d) $r=30$, $N=\mathbf{8}$

11. Niech $P(n)$ będzie prawdopodobieństwem, że przy n rzutach monetą wypadnie co najwyżej jeden orzeł.

Liczbę całkowitą dodatnią n nazwiemy *klawą*, jeżeli liczba $1/P(n)$ jest całkowita.

Dla podanej liczby k podać najmniejszą *klawą* liczbę n większą od k.

a) $k=77$, $n=\mathbf{127}$

b) $k=55$, $n=\mathbf{63}$

c) $k=11$, $n=\mathbf{15}$

d) $k=33$, $n=\mathbf{63}$

12. W urnie jest b kul białych i c czarnych. Losujemy dwie kule (bez zwracania). Dla podanych liczb b oraz p podać taką liczbę c, że prawdopodobieństwo wylosowania dwóch kul białych jest równe p.

a) $b=15$, $p=1/2$, $c=\mathbf{6}$

b) $b=6$, $p=1/3$, $c=\mathbf{4}$

c) $b=3$, $p=1/5$, $c=\mathbf{3}$

d) $b=3$, $p=1/2$, $c=\mathbf{1}$