1. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru p, dla których podany szereg jest zbieżny.

a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n^p+1}}$, ...

b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n^2}}{\sqrt[4]{n^p+1}}$, ...

c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n^2+n}}{\sqrt[5]{n^p+1}}$, ...

d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n^2-n}}{\sqrt[6]{n^p+1}}$, ...

2. Niech $C(a,b)=\left[\displaystyle\int_a^b \log_x 2\,dx\right]$, gdzie $[y]$ oznacza część całkowitą liczby y. Podać wartości poniższych wyrażeń.

a) $C(800,880)=$ ....

b) $C(400,440)=$ ....

c) $C(200,240)=$ ....

d) $C(80,122)=$ ....

3. Dla podanej liczby a podać taką liczbę rzeczywistą dodatnią b, aby $\displaystyle\int_a^b \frac{x\,dx}{x^2+1}=\frac{\ln 5}{2}$.

a) $a=1$, $b=$ ....

b) $a=0$, $b=$ ....

c) $a=3$, $b=$ ....

d) $a=2$, $b=$ ....

4. Podać promień zbieżności szeregu potęgowego.

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\binom{3n}{n}\cdot n!\cdot x^{2n}}{n^n}$, $R=$ ....

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\binom{2n}{n}\cdot n!\cdot x^{n}}{n^n}$, $R=$ ....

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\binom{2n}{n}\cdot n!\cdot x^{2n}}{n^n}$, $R=$ ....

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\binom{3n}{n}\cdot n!\cdot x^{n}}{n^n}$, $R=$ ....

5. Dla podanej liczby a wskazać liczby b i c o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych z trzema niewiadomymi, którego rozwiązaniami są $(1,2,3)$ oraz $(2,3,5)$, rozwiązaniem tego układu jest także (a,b,c).

a) $a=0$, $b=$ ...., $c=$ ....

b) $a=4$, $b=$ ...., $c=$ ....

c) $a=3$, $b=$ ...., $c=$ ....

d) $a=5$, $b=$ ...., $c=$ ....

6. Dla podanych liczb a i b wskazać liczbę c o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych jednorodnych z trzema niewiadomymi, którego rozwiązaniami są $(1,2,3)$ oraz $(2,3,5)$, rozwiązaniem tego układu jest także (a,b,c).

a) $a=5$, $b=7$, $c=$ ....

b) $a=4$, $b=1$, $c=$ ....

c) $a=0$, $b=2$, $c=$ ....

d) $a=3$, $b=3$, $c=$ ....

7. Podać zbiór rozwiązań nierówności.

a) $\log_2|\log_2 x|<1$, ...

b) $\log_2\log_2|\log_2 x|<1$, ...

c) $\log_2|\log_2\log_2 x|<1$, ...

d) $\log_2\log_2\log_2|\log_2 x|<1$, ...

8. Niech $z_1=7$ oraz $z_2=7i$. Dla podanej liczby zespolonej z_3 podać taką liczbę zespoloną z, aby $|z-z_1|=|z-z_2|=|z-z_3|$.

a) $z_3=-5i$, $z=$ ....

b) $z_3=5i$, $z=$ ....

c) $z_3=-3$, $z=$ ....

d) $z_3=3$, $z=$ ....

9. Dla podanej liczby r podać zbiór wszystkich takich liczb naturalnych $n>r$, że zbiór jednoelementowy $\{r\}$ z mnożeniem modulo n jest grupą.

a) $r=11$, $n\in\{$ .... $\}$

b) $r=8$, $n\in\{$ .... $\}$

c) $r=7$, $n\in\{$ .... $\}$

d) $r=10$, $n\in\{$ .... $\}$

10. W grupie cyklicznej rzędu 720

a) liczba elementów rzędu 10 jest równa ....

b) liczba elementów rzędu 9 jest równa ....

c) liczba elementów rzędu 7 jest równa ....

d) liczba elementów rzędu 8 jest równa ....

11. Kostka do gry jest spreparowana w ten sposób, że prawdopodobieństwo wyrzucenia szóstki jest równe p, a prawdopodobieństwa wyrzucenia pozostałych liczb oczek są równe. Niech $E(p)$ będzie wartością oczekiwaną liczby wyrzuconych oczek w pojedynczym rzucie tą kostką. Podać w postaci liczby całkowitej albo ułamka nieskracalnego lub dziesiętnego:

a) $E(1/3) =$ ....

b) $E(1/12) =$ ....

c) $E(1/5) =$ ....

d) $E(1/4) =$ ....

12. Uzupełnić podane prawdopodobieństwa wiedząc, że zdarzenia losowe A, B i C są niezależne.

a) $P(A) =$ .... $P(B) =$ .... $P(C) =$ .... $P(A\cap B) = 1/2$

$P(B\cap C) =$ .... $P(C\cap A) = 1/3$ $P(A\cap B\cap C) = 1/4$

b) $P(A) =$ .... $P(B) =$ .... $P(C) =$ .... $P(A\cap B) = 1/9$

$P(B\cap C) = 1/9$ $P(C\cap A) = 1/9$ $P(A\cap B\cap C) =$ ....

c) $P(A) =$ .... $P(B) =$ .... $P(C) =$ .... $P(A\cap B) = 1/4$

$P(B\cap C) = 1/4$ $P(C\cap A) = 1/9$ $P(A\cap B\cap C) =$ ....

d) $P(A) =$ ...... $P(B) = 1/3$ $P(C) = 1/4$ $P(A\cap B) = 1/6$

$P(B\cap C) =$ .... $P(C\cap A) =$ .... $P(A\cap B\cap C) =$ ....