1. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru p, dla których podany szereg jest zbieżny.

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^p+1}}$, ...

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt[4]{n^p+1}}$, ...

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{\sqrt[5]{n^p+1}}$, ...

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{\sqrt[6]{n^p+1}}$, ...

2. Niech $C(a,b)=\int\limits_a^b \frac{dx}{x^2+1}$. Podać wartości poniższych wyrażeń.

a) $C\left(\sqrt{3}/3, 1\right) =$ ....

b) $C\left(-\sqrt{3}, +\infty\right) =$ ....

c) $C\left(0, \sqrt{3}\right) =$ ....

d) $C(-1,1) =$ ....

3. Niech $C(a,b)=\left[\int\limits_a^b \frac{dx}{\sqrt[6]{x^2+1}}\right]$, gdzie $[y]$ oznacza część całkowitą liczby y. Podać wartości poniższych wyrażeń.

a) $C(50,62) =$ ....

b) $C(20,26) =$ ....

c) $C(270,300) =$ ....

d) $C(100,120) =$ ....

4. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich takich wartości rzeczywistych parametru p, że dla dowolnych $x,y\in\mathbb{R}$ zachodzi nierówność $W(x,y)\geqslant 0$.

a) $W(x,y)=x^2-16xy+py^2$, $\quad p\in$ ....

b) $W(x,y)=x^2+pxy+4y^2$, $\quad p\in$ ....

c) $W(x,y)=x^2-pxy+16y^2$, $\quad p\in$ ....

d) $W(x,y)=x^2+4xy+py^2$, $\quad p\in$ ....

5. Podać wartość granicy ciągu.

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+n}-n\right)=$ ....

b) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[3]{n^6+4n^4}-n^2\right)=$ ....

c) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^4+2n^2}-n^2\right)=$ ....

d) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[3]{n^9+6n^6}-n^3\right)=$ ....

6. Dla podanej liczby zespolonej z podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią n taką, że z^n jest liczbą rzeczywistą.

a) $z=3+i\sqrt{3}\,,\quad n=$ ....

b) $z=3+3i\,,\quad n=$ ....

c) $z=\sqrt{3}+3i\,,\quad n=$ ....

d) $z=-\sqrt{3}+3i\,,\quad n=$ ....

7. Dla wskazanej wartości parametru p podać zbiór rzeczywistych wartości własnych macierzy $\begin{pmatrix} 1 & p & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.

a) $p=0$, $\{\ldots\ldots\ldots\ldots\}$

b) $p=3$, $\{\ldots\ldots\ldots\ldots\}$

c) $p=-1$, $\{\ldots\ldots\ldots\ldots\}$

d) $p=8$, $\{\ldots\ldots\ldots\ldots\}$

8. Dla podanej macierzy wskazać taką wartość parametru p, aby wyznacznik macierzy był równy 0.

a) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 2 & 5 & 10 \\ 3 & 7 & p \end{pmatrix}$, $p=$ ....

b) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 31 \\ 2 & 5 & 52 \\ 11 & 22 & p \end{pmatrix}$, $p=$ ....

c) $\begin{pmatrix} 9 & 16 & 25 \\ 1 & 8 & 9 \\ 9 & p & 9 \end{pmatrix}$, $p=$ ....

d) $\begin{pmatrix} 13 & 13 & 13 \\ 3 & 5 & 7 \\ 11 & p & 7 \end{pmatrix}$, $p=$ ....

9. Dla podanej liczby r podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią n, dla której w grupie permutacji S_n istnieje element rzędu r.

a) $r=30$, $n=$ ....

b) $r=28$, $n=$ ....

c) $r=27$, $n=$ ....

d) $r=29$, $n=$ ....

10. Dla podanej liczby r podać najmniejszą liczbę naturalną $n>r$, dla której zbiór jednoelementowy $\{r\}$ z mnożeniem modulo n jest grupą.

a) $r=10$, $n=$ ....

b) $r=9$, $n=$ ....

c) $r=7$, $n=$ ....

d) $r=8$, $n=$ ....

11. W urnie jest b kul białych i c kul czarnych. Losujemy (bez zwracania) dwie kule. Niech $P(b,c)$ oznacza prawdopodobieństwo, że wylosowano dwie kule białe. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(15,6)=$ ....

b) $P(3,3)=$ ....

c) $P(6,4)=$ ....

d) $P(10,5)=$ ....

12. Rzucamy trzema kostkami do gry. Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że suma wyrzuconych oczek jest równa n. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(16)=$ ....

b) $P(17)=$ ....

c) $P(18)=$ ....

d) $P(15)=$ ....