1. Podać w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru p, dla których podany szereg liczbowy jest zbieżny.

a) $\sum_{n=1}^{\infty}(p-5)^n$ jest zbieżny $\Leftrightarrow$ $p\in(\mathbf{4},\mathbf{6})$

b) $\sum_{n=1}^{\infty}(p+8)^n$ jest zbieżny $\Leftrightarrow$ $p\in(-\mathbf{9},-\mathbf{7})$

c) $\sum_{n=1}^{\infty}(2p-7)^n$ jest zbieżny $\Leftrightarrow$ $p\in(\mathbf{3},\mathbf{4})$

d) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(p^2-3\right)^n$ jest zbieżny $\Leftrightarrow$ $p\in\left(-\mathbf{2},-\sqrt{\mathbf{2}}\right)\cup\left(\sqrt{\mathbf{2}},\mathbf{2}\right)$

2. Dla podanej liczby x_0 podać takie liczby a, b, aby funkcja $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ określona wzorem

$$f(x)=\begin{cases} x^2 & \text{dla} \quad x<x_0 \\ ax+b & \text{dla} \quad x\geqslant x_0 \end{cases}$$

była różniczkowalna.

a) $x_0=2$, $a=\mathbf{4}$, $b=-\mathbf{4}$

b) $x_0=1$, $a=\mathbf{2}$, $b=-\mathbf{1}$

c) $x_0=0$, $a=\mathbf{0}$, $b=\mathbf{0}$

d) $x_0=-1$, $a=-\mathbf{2}$, $b=-\mathbf{1}$

3. Niech $C(n)=\int\limits_{-1}^{1}\int\limits_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}}\left(x^2+y^2\right)^n dy\,dx$. Wówczas

a) $C(2)=\boldsymbol{\pi}/\mathbf{3}$

b) $C(1)=\boldsymbol{\pi}/\mathbf{2}$

c) $C(4)=\boldsymbol{\pi}/\mathbf{5}$

d) $C(3)=\boldsymbol{\pi}/\mathbf{4}$

4. Dla podanych a,b podać taką liczbę c, aby $\int\limits_a^b \frac{3x^2-1}{x^3-x}dx = \ln c$.

a) $a=5,\quad b=11,\qquad c=\mathbf{11}$

b) $a=2,\quad b=3,\qquad c=\mathbf{4}$

c) $a=3,\quad b=5,\qquad c=\mathbf{5}$

d) $a=7,\quad b=8,\qquad c=\mathbf{3/2}$

5. Dla każdej funkcji różniczkowalnej $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ spełniającej warunki $f(a)=b$ oraz $f(b)=a$ istnieje taka liczba rzeczywista x, że $f'(x)=c$. Dla podanych a,b wskazać taką liczbę rzeczywistą c, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $a=25=5^2,\quad b=36=6^2,\qquad c=\mathbf{-1}$

b) $a=625=5^4,\quad b=1296=6^4,\qquad c=\mathbf{-1}$

c) $a=125=5^3,\quad b=216=6^3,\qquad c=\mathbf{-1}$

d) $a=3125=5^5,\quad b=7776=6^5,\qquad c=\mathbf{-1}$

6. Dla podanej liczby zespolonej z podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią n taką, że z^n jest liczbą rzeczywistą dodatnią.

a) $z=(1+i)\cdot\left(\sqrt{3}+i\right),\qquad n=\mathbf{24}$

b) $z=\sqrt{3}+i,\qquad n=\mathbf{12}$

c) $z=1+i,\qquad n=\mathbf{8}$

d) $z=1+i\sqrt{3},\qquad n=\mathbf{6}$

7. Dla podanej liczby a wskazać liczby b i c o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych z trzema niewiadomymi, którego rozwiązaniami są $(3,4,5)$ oraz $(1,5,9)$, rozwiązaniem tego układu jest także (a,b,c).

a) $a=0, \quad b=\mathbf{11/2}, \quad c=\mathbf{11}$

b) $a=2, \quad b=\mathbf{9/2}, \quad c=\mathbf{7}$

c) $a=5, \quad b=\mathbf{3}, \quad c=\mathbf{1}$

d) $a=4, \quad b=\mathbf{7/2}, \quad c=\mathbf{3}$

8. Dla podanej macierzy wskazać taką wartość parametru p, aby wyznacznik macierzy był równy 0.

a) $\begin{pmatrix} 1 & 10 & 19 \\ 7 & 10 & 13 \\ p & 5 & 13 \end{pmatrix}, \quad p=\mathbf{-3}$

b) $\begin{pmatrix} 17 & 17 & 17 \\ 2014 & 2015 & 2016 \\ 4 & p & 5 \end{pmatrix}, \quad p=\mathbf{9/2}$

c) $\begin{pmatrix} 12 & 25 & 38 \\ 4 & 7 & 10 \\ 9 & 4 & p \end{pmatrix}, \quad p=\mathbf{-1}$

d) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 7 \\ 5 & p & 7 \end{pmatrix}, \quad p=\mathbf{6}$

9. Dla podanej liczby r podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią n, dla której w grupie permutacji S_n istnieje element rzędu r.

a) $r=18, \quad n=\mathbf{11}$

b) $r=6, \quad n=\mathbf{5}$

c) $r=5, \quad n=\mathbf{5}$

d) $r=10, \quad n=\mathbf{7}$

10. Dla podanej liczby n podać liczbę elementów rzędu 12 w grupie cyklicznej rzędu n.

a) $n=1296=6^4$, **4**

b) $n=216=6^3$, **4**

c) $n=6$, **0**

d) $n=36=6^2$, **4**

11. Niech $P(n,k)$ będzie prawdopodobieństwem, że przy n-krotnym rzucie monetą wypadnie dokładnie k orłów. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(8,7)=\mathbf{1/32}$

b) $P(4,1)=\mathbf{1/4}$

c) $P(4,2)=\mathbf{3/8}$

d) $P(6,3)=\mathbf{5/16}$

12. Rzucamy kostką do gry i wypłacamy graczowi kwotę odpowiadającą liczbie wyrzuconych oczek (po 1 złoty za każde oczko). Następnie wykonujemy n rzutów monetą i za każdym razem, kiedy wypadnie orzeł, podwajamy stan posiadania gracza. Niech $E(n)$ będzie wartością oczekiwaną wygranej gracza (w złotówkach) po zakończeniu rozgrywki. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $E(1)=\mathbf{21/4}$

b) $E(2)=\mathbf{63/8}$

c) $E(3)=\mathbf{189/16}$

d) $E(0)=\mathbf{7/2}$

1. Podać w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru p, dla których podany szereg liczbowy jest zbieżny.

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(2p-7)^n$ jest zbieżny $\Leftrightarrow$ $p\in(\mathbf{3},\mathbf{4})$

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(p+8)^n$ jest zbieżny $\Leftrightarrow$ $p\in(\mathbf{-9},\mathbf{-7})$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(p-5)^n$ jest zbieżny $\Leftrightarrow$ $p\in(\mathbf{4},\mathbf{6})$

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(p^2-3\right)^n$ jest zbieżny $\Leftrightarrow$ $p\in\left(\mathbf{-2},\mathbf{-\sqrt{2}}\right)\cup\left(\mathbf{\sqrt{2}},\mathbf{2}\right)$

2. Dla podanej liczby x_0 podać takie liczby a, b, aby funkcja $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ określona wzorem

$$f(x)=\begin{cases} x^2 & \text{dla} \quad x<x_0 \\ ax+b & \text{dla} \quad x\geqslant x_0 \end{cases}$$

była różniczkowalna.

a) $x_0=-1$, $a=\mathbf{-2}$, $b=\mathbf{-1}$

b) $x_0=0$, $a=\mathbf{0}$, $b=\mathbf{0}$

c) $x_0=2$, $a=\mathbf{4}$, $b=\mathbf{-4}$

d) $x_0=1$, $a=\mathbf{2}$, $b=\mathbf{-1}$

3. Niech $C(n)=\int\limits_{-1}^{1}\int\limits_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}}\left(x^2+y^2\right)^n\,dy\,dx$. Wówczas

a) $C(4)=\boldsymbol{\pi/5}$

b) $C(2)=\boldsymbol{\pi/3}$

c) $C(1)=\boldsymbol{\pi/2}$

d) $C(3)=\boldsymbol{\pi/4}$

4. Dla podanych a, b podać taką liczbę c, aby $\int\limits_a^b \frac{3x^2-1}{x^3-x} dx = \ln c$.

a) $a=5, \quad b=11, \quad c=\mathbf{11}$

b) $a=7, \quad b=8, \quad c=\mathbf{3/2}$

c) $a=3, \quad b=5, \quad c=\mathbf{5}$

d) $a=2, \quad b=3, \quad c=\mathbf{4}$

5. Dla każdej funkcji różniczkowalnej $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ spełniającej warunki $f(a)=b$ oraz $f(b)=a$ istnieje taka liczba rzeczywista x, że $f'(x)=c$. Dla podanych a, b wskazać taką liczbę rzeczywistą c, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $a=3125=5^5, \quad b=7776=6^5, \quad c=\mathbf{-1}$

b) $a=625=5^4, \quad b=1296=6^4, \quad c=\mathbf{-1}$

c) $a=125=5^3, \quad b=216=6^3, \quad c=\mathbf{-1}$

d) $a=25=5^2, \quad b=36=6^2, \quad c=\mathbf{-1}$

6. Dla podanej liczby zespolonej z podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią n taką, że z^n jest liczbą rzeczywistą dodatnią.

a) $z=\sqrt{3}+i\,, \quad n=\mathbf{12}$

b) $z=1+i\sqrt{3}\,, \quad n=\mathbf{6}$

c) $z=(1+i)\cdot\left(\sqrt{3}+i\right), \quad n=\mathbf{24}$

d) $z=1+i\,, \quad n=\mathbf{8}$

7. Dla podanej liczby a wskazać liczby b i c o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych z trzema niewiadomymi, którego rozwiązaniami są $(3,4,5)$ oraz $(1,5,9)$, rozwiązaniem tego układu jest także (a,b,c).

a) $a=0$, $b=\mathbf{11/2}$, $c=\mathbf{11}$

b) $a=2$, $b=\mathbf{9/2}$, $c=\mathbf{7}$

c) $a=4$, $b=\mathbf{7/2}$, $c=\mathbf{3}$

d) $a=5$, $b=\mathbf{3}$, $c=\mathbf{1}$

8. Dla podanej macierzy wskazać taką wartość parametru p, aby wyznacznik macierzy był równy 0.

a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 7 \\ 5 & p & 7 \end{pmatrix}$, $p=\mathbf{6}$

b) $\begin{pmatrix} 17 & 17 & 17 \\ 2014 & 2015 & 2016 \\ 4 & p & 5 \end{pmatrix}$, $p=\mathbf{9/2}$

c) $\begin{pmatrix} 12 & 25 & 38 \\ 4 & 7 & 10 \\ 9 & 4 & p \end{pmatrix}$, $p=\mathbf{-1}$

d) $\begin{pmatrix} 1 & 10 & 19 \\ 7 & 10 & 13 \\ p & 5 & 13 \end{pmatrix}$, $p=\mathbf{-3}$

9. Dla podanej liczby r podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią n, dla której w grupie permutacji S_n istnieje element rzędu r.

a) $r=6$, $n=\mathbf{5}$

b) $r=10$, $n=\mathbf{7}$

c) $r=5$, $n=\mathbf{5}$

d) $r=18$, $n=\mathbf{11}$

10. Dla podanej liczby n podać liczbę elementów rzędu 12 w grupie cyklicznej rzędu n.

a) $n=36=6^2$, **4**

b) $n=1296=6^4$, **4**

c) $n=216=6^3$, **4**

d) $n=6$, **0**

11. Niech $P(n,k)$ będzie prawdopodobieństwem, że przy n-krotnym rzucie monetą wypadnie dokładnie k orłów. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(6,3)=$ **5/16**

b) $P(8,7)=$ **1/32**

c) $P(4,2)=$ **3/8**

d) $P(4,1)=$ **1/4**

12. Rzucamy kostką do gry i wypłacamy graczowi kwotę odpowiadającą liczbie wyrzuconych oczek (po 1 złoty za każde oczko). Następnie wykonujemy n rzutów monetą i za każdym razem, kiedy wypadnie orzeł, podwajamy stan posiadania gracza. Niech $E(n)$ będzie wartością oczekiwaną wygranej gracza (w złotówkach) po zakończeniu rozgrywki. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $E(1)=$ **21/4**

b) $E(2)=$ **63/8**

c) $E(0)=$ **7/2**

d) $E(3)=$ **189/16**

1. Podać w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru p, dla których podany szereg liczbowy jest zbieżny.

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(2p-7)^n$ jest zbieżny $\Leftrightarrow$ $p\in(\mathbf{3},\mathbf{4})$

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(p-5)^n$ jest zbieżny $\Leftrightarrow$ $p\in(\mathbf{4},\mathbf{6})$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(p^2-3\right)^n$ jest zbieżny $\Leftrightarrow$ $p\in\left(\mathbf{-2},-\sqrt{\mathbf{2}}\right)\cup\left(\sqrt{\mathbf{2}},\mathbf{2}\right)$

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(p+8)^n$ jest zbieżny $\Leftrightarrow$ $p\in(\mathbf{-9},\mathbf{-7})$

2. Dla podanej liczby x_0 podać takie liczby a, b, aby funkcja $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ określona wzorem

$$f(x)=\begin{cases} x^2 & \text{dla} \quad x<x_0 \\ ax+b & \text{dla} \quad x\geqslant x_0 \end{cases}$$

była różniczkowalna.

a) $x_0=2$, $a=\mathbf{4}$, $b=\mathbf{-4}$

b) $x_0=0$, $a=\mathbf{0}$, $b=\mathbf{0}$

c) $x_0=-1$, $a=\mathbf{-2}$, $b=\mathbf{-1}$

d) $x_0=1$, $a=\mathbf{2}$, $b=\mathbf{-1}$

3. Niech $C(n)=\int\limits_{-1}^{1}\int\limits_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}}\left(x^2+y^2\right)^n dy\,dx$. Wówczas

a) $C(1)=\boldsymbol{\pi/2}$

b) $C(2)=\boldsymbol{\pi/3}$

c) $C(4)=\boldsymbol{\pi/5}$

d) $C(3)=\boldsymbol{\pi/4}$

4. Dla podanych a, b podać taką liczbę c, aby $\int\limits_a^b \frac{3x^2-1}{x^3-x} dx = \ln c$.

a) $a=5, \quad b=11, \quad c=\mathbf{11}$

b) $a=3, \quad b=5, \quad c=\mathbf{5}$

c) $a=7, \quad b=8, \quad c=\mathbf{3/2}$

d) $a=2, \quad b=3, \quad c=\mathbf{4}$

5. Dla każdej funkcji różniczkowalnej $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ spełniającej warunki $f(a)=b$ oraz $f(b)=a$ istnieje taka liczba rzeczywista x, że $f'(x)=c$. Dla podanych a, b wskazać taką liczbę rzeczywistą c, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $a=125=5^3, \quad b=216=6^3, \quad c=\mathbf{-1}$

b) $a=25=5^2, \quad b=36=6^2, \quad c=\mathbf{-1}$

c) $a=3125=5^5, \quad b=7776=6^5, \quad c=\mathbf{-1}$

d) $a=625=5^4, \quad b=1296=6^4, \quad c=\mathbf{-1}$

6. Dla podanej liczby zespolonej z podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią n taką, że z^n jest liczbą rzeczywistą dodatnią.

a) $z=\sqrt{3}+i\,, \quad n=\mathbf{12}$

b) $z=1+i\sqrt{3}\,, \quad n=\mathbf{6}$

c) $z=(1+i)\cdot\left(\sqrt{3}+i\right), \quad n=\mathbf{24}$

d) $z=1+i\,, \quad n=\mathbf{8}$

7. Dla podanej liczby a wskazać liczby b i c o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych z trzema niewiadomymi, którego rozwiązaniami są $(3,4,5)$ oraz $(1,5,9)$, rozwiązaniem tego układu jest także (a,b,c).

a) $a=2,\quad b=\mathbf{9/2},\quad c=\mathbf{7}$

b) $a=4,\quad b=\mathbf{7/2},\quad c=\mathbf{3}$

c) $a=0,\quad b=\mathbf{11/2},\quad c=\mathbf{11}$

d) $a=5,\quad b=\mathbf{3},\quad c=\mathbf{1}$

8. Dla podanej macierzy wskazać taką wartość parametru p, aby wyznacznik macierzy był równy 0.

a) $\begin{pmatrix} 1 & 10 & 19 \\ 7 & 10 & 13 \\ p & 5 & 13 \end{pmatrix},\quad p=\mathbf{-3}$

b) $\begin{pmatrix} 17 & 17 & 17 \\ 2014 & 2015 & 2016 \\ 4 & p & 5 \end{pmatrix},\quad p=\mathbf{9/2}$

c) $\begin{pmatrix} 12 & 25 & 38 \\ 4 & 7 & 10 \\ 9 & 4 & p \end{pmatrix},\quad p=\mathbf{-1}$

d) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 7 \\ 5 & p & 7 \end{pmatrix},\quad p=\mathbf{6}$

9. Dla podanej liczby r podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią n, dla której w grupie permutacji S_n istnieje element rzędu r.

a) $r=6,\quad n=\mathbf{5}$

b) $r=18,\quad n=\mathbf{11}$

c) $r=5,\quad n=\mathbf{5}$

d) $r=10,\quad n=\mathbf{7}$

10. Dla podanej liczby n podać liczbę elementów rzędu 12 w grupie cyklicznej rzędu n.

a) $n=6$, **0**

b) $n=1296=6^4$, **4**

c) $n=216=6^3$, **4**

d) $n=36=6^2$, **4**

11. Niech $P(n,k)$ będzie prawdopodobieństwem, że przy n-krotnym rzucie monetą wypadnie dokładnie k orłów. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(8,7)=\mathbf{1/32}$

b) $P(4,2)=\mathbf{3/8}$

c) $P(4,1)=\mathbf{1/4}$

d) $P(6,3)=\mathbf{5/16}$

12. Rzucamy kostką do gry i wypłacamy graczowi kwotę odpowiadającą liczbie wyrzuconych oczek (po 1 złoty za każde oczko). Następnie wykonujemy n rzutów monetą i za każdym razem, kiedy wypadnie orzeł, podwajamy stan posiadania gracza. Niech $E(n)$ będzie wartością oczekiwaną wygranej gracza (w złotówkach) po zakończeniu rozgrywki. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $E(2)=\mathbf{63/8}$

b) $E(3)=\mathbf{189/16}$

c) $E(0)=\mathbf{7/2}$

d) $E(1)=\mathbf{21/4}$

1. Podać w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałow zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru p, dla których podany szereg liczbowy jest zbieżny.

a) $\sum_{n=1}^{\infty}(p-5)^n$ jest zbieżny $\Leftrightarrow$ $p\in(\mathbf{4},\mathbf{6})$

b) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(p^2-3\right)^n$ jest zbieżny $\Leftrightarrow$ $p\in\left(-\mathbf{2},-\sqrt{\mathbf{2}}\right)\cup\left(\sqrt{\mathbf{2}},\mathbf{2}\right)$

c) $\sum_{n=1}^{\infty}(p+8)^n$ jest zbieżny $\Leftrightarrow$ $p\in(-\mathbf{9},-\mathbf{7})$

d) $\sum_{n=1}^{\infty}(2p-7)^n$ jest zbieżny $\Leftrightarrow$ $p\in(\mathbf{3},\mathbf{4})$

2. Dla podanej liczby x_0 podać takie liczby a, b, aby funkcja $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ określona wzorem

$$f(x)=\begin{cases} x^2 & \text{dla} \quad x<x_0 \\ ax+b & \text{dla} \quad x\geqslant x_0 \end{cases}$$

była różniczkowalna.

a) $x_0=2,\quad a=\mathbf{4},\quad b=-\mathbf{4}$

b) $x_0=-1,\quad a=-\mathbf{2},\quad b=-\mathbf{1}$

c) $x_0=1,\quad a=\mathbf{2},\quad b=-\mathbf{1}$

d) $x_0=0,\quad a=\mathbf{0},\quad b=\mathbf{0}$

3. Niech $C(n)=\int\limits_{-1}^{1}\int\limits_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}}\left(x^2+y^2\right)^n dy\,dx$. Wówczas

a) $C(4)=\boldsymbol{\pi}/\mathbf{5}$

b) $C(2)=\boldsymbol{\pi}/\mathbf{3}$

c) $C(3)=\boldsymbol{\pi}/\mathbf{4}$

d) $C(1)=\boldsymbol{\pi}/\mathbf{2}$

4. Dla podanych a, b podać taką liczbę c, aby $\int\limits_a^b \frac{3x^2-1}{x^3-x}dx = \ln c$.

a) $a=5$, $b=11$, $c=\mathbf{11}$

b) $a=7$, $b=8$, $c=\mathbf{3/2}$

c) $a=2$, $b=3$, $c=\mathbf{4}$

d) $a=3$, $b=5$, $c=\mathbf{5}$

5. Dla każdej funkcji różniczkowalnej $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ spełniającej warunki $f(a)=b$ oraz $f(b)=a$ istnieje taka liczba rzeczywista x, że $f'(x)=c$. Dla podanych a, b wskazać taką liczbę rzeczywistą c, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $a=125=5^3$, $b=216=6^3$, $c=\mathbf{-1}$

b) $a=25=5^2$, $b=36=6^2$, $c=\mathbf{-1}$

c) $a=625=5^4$, $b=1296=6^4$, $c=\mathbf{-1}$

d) $a=3125=5^5$, $b=7776=6^5$, $c=\mathbf{-1}$

6. Dla podanej liczby zespolonej z podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią n taką, że z^n jest liczbą rzeczywistą dodatnią.

a) $z=\sqrt{3}+i$, $n=\mathbf{12}$

b) $z=1+i\sqrt{3}$, $n=\mathbf{6}$

c) $z=(1+i)\cdot\left(\sqrt{3}+i\right)$, $n=\mathbf{24}$

d) $z=1+i$, $n=\mathbf{8}$

7. Dla podanej liczby a wskazać liczby b i c o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych z trzema niewiadomymi, którego rozwiązaniami są $(3,4,5)$ oraz $(1,5,9)$, rozwiązaniem tego układu jest także (a,b,c).

a) $a=5$, $b=\mathbf{3}$, $c=\mathbf{1}$

b) $a=2$, $b=\mathbf{9/2}$, $c=\mathbf{7}$

c) $a=4$, $b=\mathbf{7/2}$, $c=\mathbf{3}$

d) $a=0$, $b=\mathbf{11/2}$, $c=\mathbf{11}$

8. Dla podanej macierzy wskazać taką wartość parametru p, aby wyznacznik macierzy był równy 0.

a) $\begin{pmatrix} 1 & 10 & 19 \\ 7 & 10 & 13 \\ p & 5 & 13 \end{pmatrix}$, $p=\mathbf{-3}$

b) $\begin{pmatrix} 17 & 17 & 17 \\ 2014 & 2015 & 2016 \\ 4 & p & 5 \end{pmatrix}$, $p=\mathbf{9/2}$

c) $\begin{pmatrix} 12 & 25 & 38 \\ 4 & 7 & 10 \\ 9 & 4 & p \end{pmatrix}$, $p=\mathbf{-1}$

d) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 7 \\ 5 & p & 7 \end{pmatrix}$, $p=\mathbf{6}$

9. Dla podanej liczby r podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią n, dla której w grupie permutacji S_n istnieje element rzędu r.

a) $r=18$, $n=\mathbf{11}$

b) $r=5$, $n=\mathbf{5}$

c) $r=6$, $n=\mathbf{5}$

d) $r=10$, $n=\mathbf{7}$

10. Dla podanej liczby n podać liczbę elementów rzędu 12 w grupie cyklicznej rzędu n.

a) $n=36=6^2$, **4**

b) $n=6$, **0**

c) $n=1296=6^4$, **4**

d) $n=216=6^3$, **4**

11. Niech $P(n,k)$ będzie prawdopodobieństwem, że przy n-krotnym rzucie monetą wypadnie dokładnie k orłów. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(8,7)=$ **1/32**

b) $P(6,3)=$ **5/16**

c) $P(4,1)=$ **1/4**

d) $P(4,2)=$ **3/8**

12. Rzucamy kostką do gry i wypłacamy graczowi kwotę odpowiadającą liczbie wyrzuconych oczek (po 1 złoty za każde oczko). Następnie wykonujemy n rzutów monetą i za każdym razem, kiedy wypadnie orzeł, podwajamy stan posiadania gracza. Niech $E(n)$ będzie wartością oczekiwaną wygranej gracza (w złotówkach) po zakończeniu rozgrywki. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $E(3)=$ **189/16**

b) $E(2)=$ **63/8**

c) $E(1)=$ **21/4**

d) $E(0)=$ **7/2**