1. Zapisać w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów zbiór liczb rzeczywistych x, dla których podana implikacja jest prawdziwa.

a) $x^2 < 4 \Rightarrow x < 3$, ...

b) $x^2 < 9 \Rightarrow x < -2$, ...

c) $x < 4 \Rightarrow x^2 < 4$, ...

d) $x < -1 \Rightarrow x^2 < -1$, ...

2. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru p, dla których podany szereg jest zbieżny.

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^p$, ...

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} p^n$, ...

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^p}$, ...

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$, ...

3. Niech $C(n) = \int\limits_{e}^{e^2} \frac{dx}{x \cdot (\ln x)^n}$. Wówczas

a) $C(2) =$ ....

b) $C(1) =$ ....

c) $C(4) =$ ....

d) $C(3) =$ ....

4. Podać wartość granicy

a) $\lim\limits_{x\to-\infty} 2^{2^{2^{2^x}}} =$ ....

b) $\lim\limits_{x\to-\infty} 2^{3^x} =$ ....

c) $\lim\limits_{x\to-\infty} 3^{2^x} =$ ....

d) $\lim\limits_{x\to-\infty} 2^{2^{2^x}} =$ ....

5. Niech $P(n)$ będzie polem figury $\{(x,y): x^n \leqslant y \leqslant x\}$. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(2) =$ ....

b) $P(6) =$ ....

c) $P(4) =$ ....

d) $P(8) =$ ....

6. Dla podanej liczby zespolonej z podać najmniejszą liczbę naturalną $n>1$ taką, że $z^n = z$.

a) $z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$, $n =$ ....

b) $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot i$, $n =$ ....

c) $z = i$, $n =$ ....

d) $z = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$, $n =$ ....

7. Dla podanej liczby a wskazać liczbę b o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych z dwiema niewiadomymi, którego rozwiązaniami są $(5,0)$ oraz $(3,4)$, rozwiązaniem tego układu jest także (a,b).

a) $a=0$, $b=$ ....

b) $a=2$, $b=$ ....

c) $a=6$, $b=$ ....

d) $a=4$, $b=$ ....

8. Dla podanej liczby n wskazać liczbę m o następującej własności: Dla dowolnej macierzy kwadratowej rozmiaru $n\times n$ przemnożenie wszystkich wyrazów tej macierzy przez 2 powoduje przemnożenie jej wyznacznika przez m.

a) $n=5$, $m=$ ....

b) $n=4$, $m=$ ....

c) $n=3$, $m=$ ....

d) $n=2$, $m=$ ....

9. Dla podanej liczby r podać zbiór wszystkich takich liczb naturalnych $n>r$, że zbiór jednoelementowy $\{r\}$ z mnożeniem modulo n jest grupą.

a) $r=6$, $n\in\{$ .... $\}$

b) $r=4$, $n\in\{$ .... $\}$

c) $r=3$, $n\in\{$ .... $\}$

d) $r=5$, $n\in\{$ .... $\}$

10. Funkcja $f:\{0,1,2,3,4\}\to\{0,1,2,3,4\}$ jest określona wzorem $f(n)\equiv 2n+1 \pmod 5$. Funkcja $g=f^{2014}$ jest 2014-krotną iteracją funkcji f (czyli złożeniem 2014 kopii funkcji f). Wówczas

a) $g(4)=$ ....

b) $g(3)=$ ....

c) $g(1)=$ ....

d) $g(2)=$ ....

11. Niech $P(n)$ będzie prawdopodobieństwem, że przy rzucie dwiema kostkami do gry wypadnie suma oczek równa n. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(4)=$ ....

b) $P(11)=$ ....

c) $P(9)=$ ....

d) $P(7)=$ ....

12. Wykonujemy 3 rzuty niekoniecznie symetryczną monetą, w której orzeł wypada z prawdopodobieństwem p. Niech $P(p)$ będzie prawdopodobieństwem uzyskania co najmniej 2 orłów. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(1/3)=$ ....

b) $P(2/3)=$ ....

c) $P(1/4)=$ ....

d) $P(1/2)=$ ....