1. Zapisać w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów zbiór liczb rzeczywistych x, dla których podana implikacja jest prawdziwa.

a) $x^2 < 4 \Rightarrow x < 3$, $(-\infty, +\infty)$

b) $x^2 < 9 \Rightarrow x < -2$, $(-\infty, -\mathbf{2}) \cup [\mathbf{3}, +\infty)$

c) $x < 4 \Rightarrow x^2 < 4$, $(-\mathbf{2}, \mathbf{2}) \cup [\mathbf{4}, +\infty)$

d) $x < -1 \Rightarrow x^2 < -1$, $[-\mathbf{1}, +\infty)$

2. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru p, dla których podany szereg jest zbieżny.

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^p$, $(-\infty, -\mathbf{1})$

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} p^n$, $(-\mathbf{1}, \mathbf{1})$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^p}$, $(\mathbf{0}, +\infty)$

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$, $(\mathbf{1}, +\infty)$

3. Niech $C(n) = \int\limits_e^{e^2} \frac{dx}{x \cdot (\ln x)^n}$. Wówczas

a) $C(2) = \mathbf{1/2}$

b) $C(1) = \mathbf{ln2}$

c) $C(4) = \mathbf{7/24}$

d) $C(3) = \mathbf{3/8}$

4. Podać wartość granicy

a) $\lim\limits_{x\to-\infty} 2^{2^{2^{2^x}}} = \mathbf{4}$

b) $\lim\limits_{x\to-\infty} 2^{3^x} = \mathbf{1}$

c) $\lim\limits_{x\to-\infty} 3^{2^x} = \mathbf{1}$

d) $\lim\limits_{x\to-\infty} 2^{2^{2^x}} = \mathbf{2}$

5. Niech $P(n)$ będzie polem figury $\{(x,y): x^n \leqslant y \leqslant x\}$. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(2) = \mathbf{1/6}$

b) $P(6) = \mathbf{5/14}$

c) $P(4) = \mathbf{3/10}$

d) $P(8) = \mathbf{7/18}$

6. Dla podanej liczby zespolonej z podać najmniejszą liczbę naturalną $n>1$ taką, że $z^n = z$.

a) $z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}, \quad n = \mathbf{13}$

b) $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot i, \quad n = \mathbf{4}$

c) $z = i, \quad n = \mathbf{5}$

d) $z = \frac{1+i}{\sqrt{2}}, \quad n = \mathbf{9}$

7. Dla podanej liczby a wskazać liczbę b o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych z dwiema niewiadomymi, którego rozwiązaniami są $(5,0)$ oraz $(3,4)$, rozwiązaniem tego układu jest także (a,b).

a) $a=0, \quad b=\mathbf{10}$

b) $a=2, \quad b=\mathbf{6}$

c) $a=6, \quad b=\mathbf{-2}$

d) $a=4, \quad b=\mathbf{2}$

8. Dla podanej liczby n wskazać liczbę m o następującej własności: Dla dowolnej macierzy kwadratowej rozmiaru $n\times n$ przemnożenie wszystkich wyrazów tej macierzy przez 2 powoduje przemnożenie jej wyznacznika przez m.

a) $n=5, \quad m=\mathbf{32}$

b) $n=4, \quad m=\mathbf{16}$

c) $n=3, \quad m=\mathbf{8}$

d) $n=2, \quad m=\mathbf{4}$

9. Dla podanej liczby r podać zbiór wszystkich takich liczb naturalnych $n>r$, że zbiór jednoelementowy $\{r\}$ z mnożeniem modulo n jest grupą.

a) $r=6, \quad n\in\{\mathbf{10,15,30}\}$

b) $r=4, \quad n\in\{\mathbf{6,12}\}$

c) $r=3, \quad n\in\{\mathbf{6}\}$

d) $r=5, \quad n\in\{\mathbf{10,20}\}$

10. Funkcja $f:\{0,1,2,3,4\}\to\{0,1,2,3,4\}$ jest określona wzorem $f(n)\equiv 2n+1\ (\mathrm{mod}\ 5)$. Funkcja $g=f^{2014}$ jest 2014-krotną iteracją funkcji f (czyli złożeniem 2014 kopii funkcji f). Wówczas

a) $g(4)=\mathbf{4}$

b) $g(3)=\mathbf{0}$

c) $g(1)=\mathbf{2}$

d) $g(2)=\mathbf{1}$

11. Niech $P(n)$ będzie prawdopodobieństwem, że przy rzucie dwiema kostkami do gry wypadnie suma oczek równa n. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(4)=\mathbf{1/12}$

b) $P(11)=\mathbf{1/18}$

c) $P(9)=\mathbf{1/9}$

d) $P(7)=\mathbf{1/6}$

12. Wykonujemy 3 rzuty niekoniecznie symetryczną monetą, w której orzeł wypada z prawdopodobieństwem p. Niech $P(p)$ będzie prawdopodobieństwem uzyskania co najmniej 2 orłów. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(1/3)=\mathbf{7/27}$

b) $P(2/3)=\mathbf{20/27}$

c) $P(1/4)=\mathbf{5/32}$

d) $P(1/2)=\mathbf{1/2}$

1. Zapisać w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów zbiór liczb rzeczywistych x, dla których podana implikacja jest prawdziwa.

a) $x<4 \Rightarrow x^2<4$, $\quad (\mathbf{-2}, \mathbf{2}) \cup [\mathbf{4}, +\infty)$

b) $x^2<9 \Rightarrow x<-2$, $\quad (-\infty, \mathbf{-2}) \cup [\mathbf{3}, +\infty)$

c) $x^2<4 \Rightarrow x<3$, $\quad (-\infty, +\infty)$

d) $x<-1 \Rightarrow x^2<-1$, $\quad [\mathbf{-1}, +\infty)$

2. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru p, dla których podany szereg jest zbieżny.

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$, $\quad (\mathbf{1}, +\infty)$

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^p}$, $\quad (\mathbf{0}, +\infty)$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^p$, $\quad (-\infty, \mathbf{-1})$

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} p^n$, $\quad (\mathbf{-1}, \mathbf{1})$

3. Niech $C(n) = \int\limits_{e}^{e^2} \frac{dx}{x \cdot (\ln x)^n}$. Wówczas

a) $C(4) = \mathbf{7/24}$

b) $C(2) = \mathbf{1/2}$

c) $C(1) = \mathbf{ln2}$

d) $C(3) = \mathbf{3/8}$

4. Podać wartość granicy

a) $\lim\limits_{x\to-\infty} 2^{2^{2^{2^x}}} = \mathbf{4}$

b) $\lim\limits_{x\to-\infty} 2^{2^{2^x}} = \mathbf{2}$

c) $\lim\limits_{x\to-\infty} 3^{2^x} = \mathbf{1}$

d) $\lim\limits_{x\to-\infty} 2^{3^x} = \mathbf{1}$

5. Niech $P(n)$ będzie polem figury $\{(x,y): x^n \leqslant y \leqslant x\}$. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(8) = \mathbf{7/18}$

b) $P(6) = \mathbf{5/14}$

c) $P(4) = \mathbf{3/10}$

d) $P(2) = \mathbf{1/6}$

6. Dla podanej liczby zespolonej z podać najmniejszą liczbę naturalną $n>1$ taką, że $z^n = z$.

a) $z = -\dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}\cdot i\,, \qquad n = \mathbf{4}$

b) $z = \dfrac{1+i}{\sqrt{2}}\,, \qquad n = \mathbf{9}$

c) $z = \dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{i}{2}\,, \qquad n = \mathbf{13}$

d) $z = i\,, \qquad n = \mathbf{5}$

7. Dla podanej liczby a wskazać liczbę b o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych z dwiema niewiadomymi, którego rozwiązaniami są $(5,0)$ oraz $(3,4)$, rozwiązaniem tego układu jest także (a,b).

a) $a=0, \quad b=\mathbf{10}$

b) $a=2, \quad b=\mathbf{6}$

c) $a=4, \quad b=\mathbf{2}$

d) $a=6, \quad b=\mathbf{-2}$

8. Dla podanej liczby n wskazać liczbę m o następującej własności: Dla dowolnej macierzy kwadratowej rozmiaru $n\times n$ przemnożenie wszystkich wyrazów tej macierzy przez 2 powoduje przemnożenie jej wyznacznika przez m.

a) $n=2, \quad m=\mathbf{4}$

b) $n=4, \quad m=\mathbf{16}$

c) $n=3, \quad m=\mathbf{8}$

d) $n=5, \quad m=\mathbf{32}$

9. Dla podanej liczby r podać zbiór wszystkich takich liczb naturalnych $n>r$, że zbiór jednoelementowy $\{r\}$ z mnożeniem modulo n jest grupą.

a) $r=4, \quad n\in\{\mathbf{6},\mathbf{12}\}$

b) $r=5, \quad n\in\{\mathbf{10},\mathbf{20}\}$

c) $r=3, \quad n\in\{\mathbf{6}\}$

d) $r=6, \quad n\in\{\mathbf{10},\mathbf{15},\mathbf{30}\}$

10. Funkcja $f:\{0,1,2,3,4\}\to\{0,1,2,3,4\}$ jest określona wzorem $f(n)\equiv 2n+1 \pmod 5$. Funkcja $g=f^{2014}$ jest 2014-krotną iteracją funkcji f (czyli złożeniem 2014 kopii funkcji f). Wówczas

a) $g(2)=\mathbf{1}$

b) $g(4)=\mathbf{4}$

c) $g(3)=\mathbf{0}$

d) $g(1)=\mathbf{2}$

11. Niech $P(n)$ będzie prawdopodobieństwem, że przy rzucie dwiema kostkami do gry wypadnie suma oczek równa n. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(7)=\mathbf{1/6}$

b) $P(4)=\mathbf{1/12}$

c) $P(9)=\mathbf{1/9}$

d) $P(11)=\mathbf{1/18}$

12. Wykonujemy 3 rzuty niekoniecznie symetryczną monetą, w której orzeł wypada z prawdopodobieństwem p. Niech $P(p)$ będzie prawdopodobieństwem uzyskania co najmniej 2 orłów. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(1/3)=\mathbf{7/27}$

b) $P(2/3)=\mathbf{20/27}$

c) $P(1/2)=\mathbf{1/2}$

d) $P(1/4)=\mathbf{5/32}$

1. Zapisać w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów zbiór liczb rzeczywstych x, dla których podana implikacja jest prawdziwa.

a) $x<4 \Rightarrow x^2<4$, $\quad (\mathbf{-2},\mathbf{2})\cup[\mathbf{4},+\infty)$

b) $x^2<4 \Rightarrow x<3$, $\quad (-\infty,+\infty)$

c) $x<-1 \Rightarrow x^2<-1$, $\quad [\mathbf{-1},+\infty)$

d) $x^2<9 \Rightarrow x<-2$, $\quad (-\infty,\mathbf{-2})\cup[\mathbf{3},+\infty)$

2. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru p, dla których podany szereg jest zbieżny.

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^p$, $\quad (-\infty,\mathbf{-1})$

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^p}$, $\quad (\mathbf{0},+\infty)$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$, $\quad (\mathbf{1},+\infty)$

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} p^n$, $\quad (\mathbf{-1},\mathbf{1})$

3. Niech $C(n)=\int\limits_{e}^{e^2} \frac{dx}{x\cdot(\ln x)^n}$. Wówczas

a) $C(1)=\mathbf{ln2}$

b) $C(2)=\mathbf{1/2}$

c) $C(4)=\mathbf{7/24}$

d) $C(3)=\mathbf{3/8}$

4. Podać wartość granicy

a) $\lim\limits_{x\to-\infty} 2^{2^{2^{2^x}}} = \mathbf{4}$

b) $\lim\limits_{x\to-\infty} 3^{2^x} = \mathbf{1}$

c) $\lim\limits_{x\to-\infty} 2^{2^{2^x}} = \mathbf{2}$

d) $\lim\limits_{x\to-\infty} 2^{3^x} = \mathbf{1}$

5. Niech $P(n)$ będzie polem figury $\{(x,y): x^n \leqslant y \leqslant x\}$. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(4) = \mathbf{3/10}$

b) $P(2) = \mathbf{1/6}$

c) $P(8) = \mathbf{7/18}$

d) $P(6) = \mathbf{5/14}$

6. Dla podanej liczby zespolonej z podać najmniejszą liczbę naturalną $n > 1$ taką, że $z^n = z$.

a) $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot i\,, \quad n = \mathbf{4}$

b) $z = \frac{1+i}{\sqrt{2}}\,, \quad n = \mathbf{9}$

c) $z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}\,, \quad n = \mathbf{13}$

d) $z = i\,, \quad n = \mathbf{5}$

7. Dla podanej liczby a wskazać liczbę b o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych z dwiema niewiadomymi, którego rozwiązaniami są $(5, 0)$ oraz $(3, 4)$, rozwiązaniem tego układu jest także (a, b).

a) $a = 2, \quad b = \mathbf{6}$

b) $a = 4, \quad b = \mathbf{2}$

c) $a = 0, \quad b = \mathbf{10}$

d) $a = 6, \quad b = \mathbf{-2}$

8. Dla podanej liczby n wskazać liczbę m o następującej własności: Dla dowolnej macierzy kwadratowej rozmiaru $n \times n$ przemnożenie wszystkich wyrazów tej macierzy przez 2 powoduje przemnożenie jej wyznacznika przez m.

a) $n = 5, \quad m = \mathbf{32}$

b) $n = 4, \quad m = \mathbf{16}$

c) $n = 3, \quad m = \mathbf{8}$

d) $n = 2, \quad m = \mathbf{4}$

9. Dla podanej liczby r podać zbiór wszystkich takich liczb naturalnych $n > r$, że zbiór jednoelementowy $\{r\}$ z mnożeniem modulo n jest grupą.

a) $r = 4, \quad n \in \{\mathbf{6, 12}\}$

b) $r = 6, \quad n \in \{\mathbf{10, 15, 30}\}$

c) $r = 3, \quad n \in \{\mathbf{6}\}$

d) $r = 5, \quad n \in \{\mathbf{10, 20}\}$

10. Funkcja $f : \{0,1,2,3,4\} \to \{0,1,2,3,4\}$ jest określona wzorem $f(n) \equiv 2n+1 \pmod 5$. Funkcja $g = f^{2014}$ jest 2014-krotną iteracją funkcji f (czyli złożeniem 2014 kopii funkcji f). Wówczas

a) $g(1) = \mathbf{2}$

b) $g(4) = \mathbf{4}$

c) $g(3) = \mathbf{0}$

d) $g(2) = \mathbf{1}$

11. Niech $P(n)$ będzie prawdopodobieństwem, że przy rzucie dwiema kostkami do gry wypadnie suma oczek równa n. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(4) = \mathbf{1/12}$

b) $P(9) = \mathbf{1/9}$

c) $P(11) = \mathbf{1/18}$

d) $P(7) = \mathbf{1/6}$

12. Wykonujemy 3 rzuty niekoniecznie symetryczną monetą, w której orzeł wypada z prawdopodobieństwem p. Niech $P(p)$ będzie prawdopodobieństwem uzyskania co najmniej 2 orłów. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(2/3) = \mathbf{20/27}$

b) $P(1/4) = \mathbf{5/32}$

c) $P(1/2) = \mathbf{1/2}$

d) $P(1/3) = \mathbf{7/27}$

1. Zapisać w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów zbiór liczb rzeczywistych x, dla których podana implikacja jest prawdziwa.

a) $x^2<4 \Rightarrow x<3$, $\quad (-\infty, +\infty)$

b) $x<-1 \Rightarrow x^2<-1$, $\quad [\mathbf{-1}, +\infty)$

c) $x^2<9 \Rightarrow x<-2$, $\quad (-\infty, \mathbf{-2}) \cup [\mathbf{3}, +\infty)$

d) $x<4 \Rightarrow x^2<4$, $\quad (\mathbf{-2}, \mathbf{2}) \cup [\mathbf{4}, +\infty)$

2. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru p, dla których podany szereg jest zbieżny.

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^p$, $\quad (-\infty, \mathbf{-1})$

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$, $\quad (\mathbf{1}, +\infty)$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} p^n$, $\quad (\mathbf{-1}, \mathbf{1})$

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^p}$, $\quad (\mathbf{0}, +\infty)$

3. Niech $C(n) = \int\limits_{e}^{e^2} \frac{dx}{x \cdot (\ln x)^n}$. Wówczas

a) $C(4) = \mathbf{7/24}$

b) $C(2) = \mathbf{1/2}$

c) $C(3) = \mathbf{3/8}$

d) $C(1) = \mathbf{ln2}$

4. Podać wartość granicy

a) $\lim\limits_{x\to-\infty} 2^{2^{2^{2^x}}} = \mathbf{4}$

b) $\lim\limits_{x\to-\infty} 2^{2^{2^x}} = \mathbf{2}$

c) $\lim\limits_{x\to-\infty} 2^{3^x} = \mathbf{1}$

d) $\lim\limits_{x\to-\infty} 3^{2^x} = \mathbf{1}$

5. Niech $P(n)$ będzie polem figury $\{(x,y): x^n \leqslant y \leqslant x\}$. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(4) = \mathbf{3/10}$

b) $P(2) = \mathbf{1/6}$

c) $P(6) = \mathbf{5/14}$

d) $P(8) = \mathbf{7/18}$

6. Dla podanej liczby zespolonej z podać najmniejszą liczbę naturalną $n > 1$ taką, że $z^n = z$.

a) $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot i\,, \quad n = \mathbf{4}$

b) $z = \frac{1+i}{\sqrt{2}}\,, \quad n = \mathbf{9}$

c) $z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}\,, \quad n = \mathbf{13}$

d) $z = i\,, \quad n = \mathbf{5}$

7. Dla podanej liczby a wskazać liczbę b o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych z dwiema niewiadomymi, którego rozwiązaniami są $(5, 0)$ oraz $(3, 4)$, rozwiązaniem tego układu jest także (a, b).

a) $a = 6, \quad b = \mathbf{-2}$

b) $a = 2, \quad b = \mathbf{6}$

c) $a = 4, \quad b = \mathbf{2}$

d) $a = 0, \quad b = \mathbf{10}$

8. Dla podanej liczby n wskazać liczbę m o następującej własności: Dla dowolnej macierzy kwadratowej rozmiaru $n \times n$ przemnożenie wszystkich wyrazów tej macierzy przez 2 powoduje przemnożenie jej wyznacznika przez m.

a) $n = 5, \quad m = \mathbf{32}$

b) $n = 4, \quad m = \mathbf{16}$

c) $n = 3, \quad m = \mathbf{8}$

d) $n = 2, \quad m = \mathbf{4}$

9. Dla podanej liczby r podać zbiór wszystkich takich liczb naturalnych $n > r$, że zbiór jednoelementowy $\{r\}$ z mnożeniem modulo n jest grupą.

a) $r = 6, \quad n \in \{\mathbf{10, 15, 30}\}$

b) $r = 3, \quad n \in \{\mathbf{6}\}$

c) $r = 4, \quad n \in \{\mathbf{6, 12}\}$

d) $r = 5, \quad n \in \{\mathbf{10, 20}\}$

10. Funkcja $f:\{0,1,2,3,4\}\to\{0,1,2,3,4\}$ jest określona wzorem $f(n)\equiv 2n+1 \pmod 5$. Funkcja $g=f^{2014}$ jest 2014-krotną iteracją funkcji f (czyli złożeniem 2014 kopii funkcji f). Wówczas

a) $g(2)=\mathbf{1}$

b) $g(1)=\mathbf{2}$

c) $g(4)=\mathbf{4}$

d) $g(3)=\mathbf{0}$

11. Niech $P(n)$ będzie prawdopodobieństwem, że przy rzucie dwiema kostkami do gry wypadnie suma oczek równa n. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(4)=\mathbf{1/12}$

b) $P(7)=\mathbf{1/6}$

c) $P(11)=\mathbf{1/18}$

d) $P(9)=\mathbf{1/9}$

12. Wykonujemy 3 rzuty niekoniecznie symetryczną monetą, w której orzeł wypada z prawdopodobieństwem p. Niech $P(p)$ będzie prawdopodobieństwem uzyskania co najmniej 2 orłów. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(1/4)=\mathbf{5/32}$

b) $P(2/3)=\mathbf{20/27}$

c) $P(1/3)=\mathbf{7/27}$

d) $P(1/2)=\mathbf{1/2}$