

1. Czy szereg $\sum_{n=1}^{\infty} n^p$ jest zbieżny dla $p = 3 - \log_2 k$, gdzie

- a) $k = 8$;
- b) $k = 12$;
- c) $k = 16$;
- d) $k = 20$?

2. Czy szereg $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^p$ jest zbieżny dla $p = 3 - \log_2 k$, gdzie

- a) $k = 20$;
- b) $k = 16$;
- c) $k = 12$;
- d) $k = 8$?

3. Czy nierówność $|z + 1| < |z - 4|$ jest prawdziwa dla liczby zespolonej

- a) $z = \log_3 5 + i \cdot \log_4 9$;
- b) $z = \log_2 3 + i \cdot \log_3 7$;
- c) $z = \log_5 11 + i \cdot \log_6 14$;
- d) $z = \log_4 8 + i \cdot \log_5 12$?

4. Czy równość $\bar{z}^2 = z^{-2}$ (uwaga na sprzężenie po lewej stronie) jest prawdziwa dla liczby zespolonej

- a) $z = \sqrt{\log_{30} 5} + i \cdot \sqrt{\log_{30} 6}$;
- b) $z = \sqrt{\log_6 2} + i \cdot \sqrt{\log_6 3}$;
- c) $z = \sqrt{\log_{12} 3} + i \cdot \sqrt{\log_{12} 4}$;
- d) $z = \sqrt{\log_{18} 4} + i \cdot \sqrt{\log_{18} 5}$?

5. W dowolnym postępie arytmetycznym n -wyrazowym o sumie wyrazów równej $n!$ co najmniej jeden wyraz jest równy $(n-1)!$. Czy powyższe zdanie jest prawdziwe dla

- a) $n = 2013$;
- b) $n = 2015$;
- c) $n = 2014$;
- d) $n = 2016$?

6. Czy równość

$$\int_0^A \cos^2 x \, dx = \frac{A}{2}$$

jest prawdziwa dla

- a) $A = \frac{\pi}{2}$;
- b) $A = \frac{\pi}{3}$;
- c) $A = \frac{\pi}{6}$;
- d) $A = \frac{\pi}{4}$?

7. Czy równość

$$\int_A^{A + \frac{\pi}{3}} \cos^2 x \, dx = \frac{\pi}{6}$$

jest prawdziwa dla

- a) $A = \frac{\pi}{6}$;
- b) $A = \frac{\pi}{4}$;
- c) $A = \frac{\pi}{12}$;
- d) $A = \frac{\pi}{3}$?

8. Czy implikacja

$$\int_0^1 x^n dx = \frac{1}{5} \Rightarrow \int_0^1 x^{n+1} dx = \frac{1}{7}$$

jest prawdziwa dla

- a) $n = 6$;
- b) $n = 5$;
- c) $n = 4$;
- d) $n = 3$?

9. Funkcja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ jest różniczkowalna na całej prostej, $f(0) = 0$, a ponadto dla każdej liczby rzeczywistej x zachodzą nierówności

$$10 \leq f'(x) \leq 11.$$

Czy stąd wynika, że

- a) $f(5) \neq 52$;
- b) $f(3) \neq 11$;
- c) $f(2) \neq 21$;
- d) $f(4) \neq 10$?

10. Czy podana granica funkcji dwóch zmiennych istnieje i jest równa 0

- a) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^6 y}{x^8 + y^4}$;
- b) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^7 y}{x^8 + y^4}$;
- c) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^4 y^2}{x^8 + y^4}$;
- d) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^3 y^3}{x^8 + y^4}$?

11. Czy funkcja $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ określona podanym wzorem ma lokalne minimum w punkcie $(0,0)$

- a) $f(x,y) = x^2 + 7xy + 12y^2$;
- b) $f(x,y) = x^2 - 4xy + 12y^2$;
- c) $f(x,y) = x^2 + 5xy + 12y^2$;
- d) $f(x,y) = x^2 - 6xy + 12y^2$?

12. Rząd elementu g grupy G jest równy 30. Czy stąd wynika, że

- a) $g^{20} = e$;
- b) $g^{30} = e$;
- c) $g^{60} = e$;
- d) $g^{10} = e$?

13. Czy istnieje grupa cykliczna rzędu

- a) 9;
- b) 11;
- c) 8;
- d) 10?

14. Czy w grupie permutacji S_9 zbioru 9-elementowego istnieje element rzędu

- a) 15;
- b) 8;
- c) 14;
- d) 13?

15. Czy wektory v_1, v_2, v_3 w \mathbb{R}^4 są liniowo niezależne, jeżeli $v_1 = (1, 1, 0, 0)$, $v_2 = (0, 0, 2, 2)$ oraz

- a) $v_3 = (2, 2, 2, 2)$;
- b) $v_3 = (4, 0, 8, 0)$;
- c) $v_3 = (2, 2, 4, 4)$;
- d) $v_3 = (1, 1, 2, 0)$?

16. Czy wyznacznik podanej macierzy jest równy zero

a)
$$\begin{pmatrix} 1 & 6 & 10 & 13 & 15 \\ 0 & 2 & 7 & 11 & 14 \\ 0 & 0 & 3 & 8 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 5 \end{pmatrix};$$

b)
$$\begin{pmatrix} 1 & 6 & 10 & 13 & 15 \\ 0 & 2 & 7 & 11 & 14 \\ 0 & 0 & 3 & 8 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 5 \end{pmatrix};$$

c)
$$\begin{pmatrix} 1 & 6 & 10 & 13 & 15 \\ 0 & 2 & 7 & 11 & 14 \\ 0 & 0 & 3 & 8 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix};$$

d)
$$\begin{pmatrix} 1 & 6 & 10 & 13 & 15 \\ 0 & 2 & 7 & 11 & 14 \\ 0 & 0 & 3 & 8 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 10 & 5 \end{pmatrix}?$$

17. Niezerowy wektor v_1 jest wektorem własnym macierzy A , rozmiaru 12×12 , odpowiadającym wartości własnej 1.

Niezerowy wektor v_2 jest wektorem własnym macierzy A odpowiadającym wartości własnej 2.

Czy stąd wynika, że

- a) wektor $2v_1$ jest wektorem własnym macierzy A odpowiadającym wartości własnej 2;
- b) wektor $3v_2$ jest wektorem własnym macierzy A odpowiadającym wartości własnej 2;
- c) wektor $v_1 - v_2$ nie jest wektorem własnym macierzy A ;
- d) wektor $v_1 + v_2$ jest wektorem własnym macierzy A odpowiadającym wartości własnej 3?

18. Wykonujemy serię rzutów kostką do gry tak długo, aż wypadnie szóstka. Niech E będzie wartością oczekiwaną sumy liczb oczek uzyskanych we wszystkich wykonanych rzutach. Czy wtedy

- a) $E \geq 4,5$;
- b) $E \geq 4$;
- c) $E \geq 5$;
- d) E jest liczbą całkowitą?

19. W urnie znajduje się n kul z kolejnymi liczbami od 1 do n . Losujemy kulę, niech k będzie napisaną na niej liczbą. Wrzucamy kulę z powrotem do urny, a następnie losujemy z urny (bez zwracania) k kul. Niech $E(n)$ będzie wartością oczekiwaną sumy liczb na wylosowanych k kulach. Czy liczba $E(n)$ jest całkowita, jeżeli

- a) $n = 2016$;
- b) $n = 2015$;
- c) $n = 2014$;
- d) $n = 2013$?

20. Dane są takie 3 zdarzenia losowe A, B, C , że $P(A) = a$, $P(B) = b$, $P(C) = c$ oraz $P(A \cap B \cap C) = d$. Czy stąd wynika, że zdarzenia A, B, C są niezależne, jeżeli

- a) $a = 1/2$, $b = 1/2$, $c = 1/2$, $d = 1/8$;
- b) $a = 1/2$, $b = 1/2$, $c = 1/3$, $d = 1/12$;
- c) $a = 1/2$, $b = 1/3$, $c = 1/3$, $d = 1/24$;
- d) $a = 1/3$, $b = 1/3$, $c = 1/3$, $d = 1/27$?