

EGZAMIN LICENCJACKI (zadania otwarte)
14 września 2012 r.

Zadanie **1.** Rozstrzygnąć zbieżność szeregu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^p + 1}{n^5 + n^2}$$

w zależności od parametru rzeczywistego dodatniego p .

Zadanie **2.** Wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji

$$f(x, y) = x^2 + y^2 + 6x + 8y$$

na kole

$$\{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 100\}.$$

Wyznaczyć wszystkie punkty, w których wartości najmniejsza i największa są osiąmane.

Zadanie **3.** Rozwiązać liniowe zagadnienie początkowe

$$x'(t) + x(t) = e^{-t}, \quad x(0) = 0.$$

Zadanie **4.** Znaleźć przykład takiej macierzy kwadratowej A rozmiaru 2×2 , że

$$A^5 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -31 & 32 \end{pmatrix}.$$

Zadanie **5.** Rozstrzygnąć, czy w grupie S_{10} permutacji zbioru $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$ istnieje element rzędu 21.

Zadanie **6.** Osobom A i B rozdano po 4 karty: asa, króla, damę i waleta pik każdej. Osoby te kolejno kładą po jednej losowo wybranej karcie na stół. Jeżeli w tej samej kolejce położą karty tej samej wysokości, punkt zdobywa A , w przeciwnym wypadku punkt zdobywa B . Obliczyć prawdopodobieństwo, że po wyłożeniu wszystkich kart osoba B zdobędzie 4 punkty.

Zadania 2, 4 po 4 punkty, pozostałe po 3 punkty.