

1. Niech $f(x) = |x^2 - 4| - 4|x - 2| + 2|x + 2|$. Zbadaj różniczkowalność f : wyznacz wszystkie punkty, w których f jest różniczkowalna.
2. Wyznacz objętość części wspólnej dwóch nieskończonych walców o promieniu 1, których osie przecinają się pod kątem prostym.
3. Rozwiąż zagadnienie początkowe

$$x''(t) + x(t) = -2 \sin(t), \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 1.$$

4. O trzech niezerowych wektorach $A, B, C \in \mathbf{R}^3$ wiadomo, że $A \times B = C$, $B \times C = A$ oraz $C \times A = B$. Udowodnij, że (A, B, C) jest ortonormalną bazą \mathbf{R}^3 .
5. Ile pięcioelementowych podgrup ma grupa S_7 permutacji siedmiu elementów?
6. Mamy $N + 1$ ponumerowanych urn. Urna numer k zawiera k czerwonych kul i $N - k$ białych ($k = 0, 1, \dots, N$). Wybrano przypadkowo jedną z urn i dokonano z niej dwóch przypadkowych ciągnięć (bez zwracania). Oblicz prawdopodobieństwo, że druga wylosowana kula jest czerwona pod warunkiem, że pierwsza kula też jest czerwona.