

EGZAMIN DYPLOMOWY, część I (zadania otwarte)
16.02.2010

42 HS- 6 - 7

Zadanie **1**. (3 punkty)

Niech $U = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : 0 \leq y \leq \sqrt{\pi - x^2}\}$. Oblicz

$$\iint_U \sin(x^2 + y^2) dx dy$$

EGZAMIN DYPLOMOWY, część I (zadania otwarte)
16.02.2010

42 HS- 6 - 7

Zadanie 2. (3 punkty)

Podaj przykład funkcji wielomianowej $P: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ która ma maksimum lokalne w punkcie -1 , minimum lokalne w punkcie 1 oraz spełnia warunek $P(-1) < P(1)$. [Napisz jawnym wzorem wielomian zadający taką funkcję.]

EGZAMIN DYPLOMOWY, część I (zadania otwarte)
16.02.2010

42 HS- 6 - 7

Zadanie 3. (3 punkty)

Rozwiąż następujące zagadnienie początkowe

$$y' = (y - 1)t, \quad y(0) = 2.$$

EGZAMIN DYPLOMOWY, część I (zadania otwarte)
16.02.2010

42 HS- 6 - 7

Zadanie 4. (3 punkty)

Czy istnieje przekształcenie liniowe $F: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$ którego obrazem jest prosta o równaniu $2x - 3y = 0$, zaś jądrem prosta $\left\{ \begin{pmatrix} 3t \\ 2t \end{pmatrix} : t \in \mathbf{R} \right\}$? Podaj przykład macierzy takiego przekształcenia lub udowodnij, że takie przekształcenie nie istnieje.

EGZAMIN DYPLOMOWY, część I (zadania otwarte)
16.02.2010

42 HS- 6 - 7

Zadanie 5. (4 punkty)

Niech $R = \left\{ a + b \frac{1+i\sqrt{3}}{2} : a, b \in \mathbf{Z} \right\}$.

- a) Uzasadnij, że R jest podpierścieniem ciała liczb zespolonych.
- b) Wyznacz wszystkie elementy odwracalne pierścienia R .

EGZAMIN DYPLOMOWY, część I (zadania otwarte)
16.02.2010

42 HS- 6 - 7

Zadanie 6. (4 punkty)

W mieście A na komisariacie stoją dwa radiowozy; na każdym 100-kilometrowym odcinku drogi jeden z nich psuje się z prawdopodobieństwem $1/4$, a drugi z prawdopodobieństwem $3/4$. Policjant wybrał losowo (z równym prawdopodobieństwem) jeden z radiowozów i wyruszył nim do miasta B odległego o 400 km. Przez pierwsze 200 km radiowóz nie zepsuł się. Jakie jest prawdopodobieństwo, że policjant bezawaryjnie dojedzie do miasta B?