

1. Niech  $a_n = \log_2 \log_3 2^n$ . Czy stąd wynika, że podana liczba jest całkowita

- a)  $a_2 - a_1$  ;
- b)  $a_3 - a_1$  ;
- c)  $a_{12} - a_4$  ;
- d)  $a_{12} - a_3$  ?

2. Czy jest prawdą, że

- a)  $\exists_{x \in \mathbb{R}} (x < 0 \Rightarrow x > 0)$  ;
- b)  $\forall_{x \in \mathbb{R}} (x > 0 \Rightarrow x \neq -37)$  ;
- c)  $\exists_{x \in \mathbb{R}} (x \neq 37 \Rightarrow x < 0)$  ;
- d)  $\forall_{x \in \mathbb{R}} (x \neq 37 \Rightarrow x > 0)$  ?

3. Czy prawdziwa jest równość

- a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 2}{x} = 2$  ;
- b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$  ;
- c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 4x}{x} = 4$  ;
- d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 3x}{x} = 0$  ?

4. Czy istnieje taki ciąg  $(a_n)$  zbieżny do  $S$ , że szereg  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  jest zbieżny i jego suma jest równa  $S + 37$ , jeżeli

- a)  $S = 1$  ;
- b)  $S = -37$  ;
- c)  $S = 0$  ;
- d)  $S = 1/37$  ?

5. Niech  $g(x) = f'(x)$ , gdzie

$$f(x) = \int_{1/2}^x t^2 \cdot \log_2 t \, dt.$$

Czy wtedy

- a)  $g(1) = \frac{3}{4}$ ;
- b)  $g(3) = -\frac{1}{4} + 9\log_2 3$ ;
- c)  $g(2) = 4$ ;
- d)  $g(4) = 32$ ?

6. Czy zbieżny jest szereg

- a)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^8+1} - n^4)$ ;
- b)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^6+1} - n^3)$ ;
- c)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^2+1} - n)$ ;
- d)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^4+1} - n^2)$ ?

7. Czy funkcja  $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x - 57$  jest monotoniczna na przedziale

- a)  $(0,2)$ ;
- b)  $(1,3)$ ;
- c)  $(3,5)$ ;
- d)  $(2,4)$ ?

8. Czy funkcja  $f(x,y) = ax^2 + 5xy + 3y^2$  ma minimum lokalne w punkcie  $(0,0)$ , jeżeli

- a)  $a = -4$ ;
- b)  $a = 3$ ;
- c)  $a = 2$ ;
- d)  $a = -1$ ?

9. Czy równość  $|z - 7| + |z - 7i| = 7\sqrt{2}$  jest prawdziwa dla

- a)  $z = 3 + 4i$ ;
- b)  $z = 5 + 2i$ ;
- c)  $z = 2 + 5i$ ;
- d)  $z = 4 - 3i$ ?

10. Czy podana potęga liczby urojonej  $i$  jest równa 1

- a)  $i^{200824}$ ;
- b)  $i^{200834}$ ;
- c)  $i^{200836}$ ;
- d)  $i^{200826}$ ?

11. Dane są takie liczby rzeczywiste  $x, y, z$ , że

$$2x + y + 2 = z$$

oraz

$$2x + z = 3y.$$

Czy stąd wynika, że

- a)  $2y + z = 8x + 5$ ;
- b)  $x + y = z$ ;
- c)  $x + y \neq 2z$ ;
- d)  $y + z \neq 6x$ ?

**12.** Czy dla dowolnej macierzy kwadratowej wymiaru  $7 \times 7$  podany warunek jest równoważny temu, że  $\det A = 0$

- a) rząd macierzy  $A$  jest mniejszy od 7;
- b) wektor  $(1,1,1,1,1,1,1)$  jest wektorem własnym macierzy  $A$ ;
- c) wektor  $(7,7,7,7,7,7,7)$  jest wektorem własnym macierzy  $A$ ;
- d) liczba 0 jest wartością własną macierzy  $A$ ?

**13.** Czy rząd podanej macierzy jest równy 2

a) 
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

b) 
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 6 & 8 & 10 \\ 3 & 6 & 9 & 12 & 15 \\ 4 & 8 & 12 & 16 & 20 \\ 5 & 10 & 15 & 20 & 25 \end{pmatrix};$$

c) 
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 & 5 \\ 0 & 4 & 0 & 8 & 10 \\ 0 & 0 & 9 & 12 & 15 \\ 4 & 8 & 12 & 16 & 20 \\ 5 & 10 & 15 & 20 & 25 \end{pmatrix};$$

d) 
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 6 & 8 & 10 \\ 3 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 8 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 10 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}?$$

**14.** Czy w grupie  $S_7$  (permutacji zbioru 7-elementowego) istnieje element rzędu

- a) 14;
- b) 3;
- c) 10;
- d) 7?

**15.** Czy dowolna grupa rzędu  $n$  jest abelowa (przemienna), jeżeli

- a)  $n = 4$ ;
- b)  $n = 24$ ;
- c)  $n = 6$ ;
- d)  $n = 17$ ?

**16.** Czy podany zbiór z mnożeniem modulo 15 jest grupą

- a)  $\{5, 10\}$ ;
- b)  $\{1, 4\}$ ;
- c)  $\{1, 14\}$ ;
- d)  $\{6, 9\}$ ?

**17.** Czy w grupie  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  z mnożeniem modulo 7

- a) rząd elementu 1 jest równy 6;
- b) rząd elementu 3 jest równy 2;
- c) rząd elementu 6 jest równy 2;
- d) rząd elementu 2 jest równy 3?

**18.** Drużyna piłkarska rozgrywa 3 mecze, w każdym z nich zdobywając 0, 1 lub 3 punkty z jednakowym prawdopodobieństwem równym  $1/3$ , przy czym wyniki poszczególnych meczów są niezależne. Niech  $P(n)$  będzie prawdopodobieństwem, że drużyna zdobędzie dokładnie  $n$  punktów. Czy wtedy

- a)  $P(4) \leq 5/27$ ;
- b)  $P(3) \leq 1/9$ ;
- c)  $P(8) \leq 1/81$ ;
- d)  $P(2) \leq 2/27$ ?

**19.** Rzucamy kostką do gry. Czy zdarzenia

- wyrzucona liczba oczek jest liczbą pierwszą,
  - wyrzucona liczba oczek należy do zbioru  $Z$ ,
- są niezależne, jeżeli

- a)  $Z = \{2, 3, 4, 5\}$ ;
- b)  $Z = \{3, 4, 5, 6\}$ ;
- c)  $Z = \{2, 3, 4\}$ ;
- d)  $Z = \{1, 2\}$ ?

**20.** W urnie znajduje się  $n$  kul ponumerowanych liczbami od 1 do  $n$ . Losujemy ze zwracaniem 4 kule. Niech  $a, b, c, d$  będą liczbami znajdującymi się na kolejno wylosowanych kulach. Niech  $E(n)$  będzie wartością oczekiwaną wyznacznika  $\det \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ . Czy wtedy

- a)  $E(2) < 1$ ;
- b)  $E(3) < 0$ ;
- c)  $E(4) > 0$ ;
- d)  $E(5) > 1$ ?