EGZAMIN DYPLOMOWY, część I (zadania otwarte)
13.09.2006

Zadanie **1.** Wyznaczyć wartość parametru A, dla której funkcja f określona wzorem

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{e^{2x}-e^{x}-x}{x^2} & \text{dla} \quad x\neq 0 \\ A & \text{dla} \quad x=0 \end{cases}$$

jest różniczkowalna w zerze oraz obliczyć $f'(0)$ dla tej wartości parametru.

Zadanie **2.** Wyznaczyć promień zbieżności szeregu potęgowego

$$\sum_{n=1}^{\infty} \binom{3n}{n} x^n .$$

Zadanie **3.** Zmienić kolejność całkowania w całce

$$\int_0^2 \int_{4-2x}^{4-x^2} x \, dy \, dx .$$

Obliczyć wartości obu całek (tzn. danej całki oraz całki po zmianie kolejności całkowania) i porównać wyniki.

Zadanie **4.** Dane są macierze kwadratowe A, B o wymiarach 3×3 spełniające następujące warunki:

wektor $(1,0,1)$ jest wektorem własnym macierzy A dla wartości własnej 1,
wektor $(0,1,-1)$ jest wektorem własnym macierzy A dla wartości własnej 2,
wektor $(1,2,-1)$ jest wektorem własnym macierzy B dla wartości własnej 3,
wektor $(0,-1,1)$ jest wektorem własnym macierzy B dla wartości własnej 4.

Dowieść, że wektor $(1,1,0)$ jest wektorem własnym macierzy $A+B$.

Zadanie **5.** Dana jest grupa nieabelowa (nieprzemiennna) G oraz takie jej elementy a, b, że spełnione są następujące warunki:

$a^3=e$,
$ba=a^2b$

Dowieść, że $(ab)^3=e$.

Zadanie **6.** Niezależne zdarzenia losowe A, B, C spełniają warunki

$$P(A)=0{,}6 \qquad P(B)=0{,}75 \qquad P(C)=0{,}8 .$$

Wyznaczyć $P(A\cup B\cup C)$.

Zadania 3, 5 po 4 punkty, pozostałe po 3 punkty.