

1. Czy prawdziwa jest równość

- a)  $\log_8 3 = \log_2 9$ ;
- b)  $\log_8 3 = \log_2 27$ ;
- c)  $\log_{16} 3 = \log_2 81$ ;
- d)  $\log_4 9 = \log_2 3$ ?

2. Czy ciąg  $(a_n)$  określony podanym wzorem jest ograniczony

- a)  $a_n = (-1)^n \cdot \frac{n^4 + 5}{n^4 + 7}$ ;
- b)  $a_n = \frac{n^8 + 1}{n^7 + 4}$ ;
- c)  $a_n = \frac{n^4 + 5}{n^4 + 7}$ ;
- d)  $a_n = \frac{n^7 + 5}{n^8 + 3}$ ?

3. Czy jest prawdą, że

- a)  $\forall_{x \in \mathbb{R}} \exists_{y \in \mathbb{R}} y \leq x^2$  ;
- b)  $\exists_{x \in \mathbb{R}} \forall_{y \in \mathbb{R}} y \leq x^2$  ;
- c)  $\forall_{y \in \mathbb{R}} \exists_{x \in \mathbb{R}} y \leq x^2$  ;
- d)  $\exists_{y \in \mathbb{R}} \forall_{x \in \mathbb{R}} y \leq x^2$  ?

4. Czy dla dowolnych liczb rzeczywistych  $x, y$  spełniających warunek  $|x - y| > 1000$  prawdziwa jest nierówność

- a)  $|x^2 + y^2| > 1$ ;
- b)  $|x^2 - y^2| > 1$ ;
- c)  $|x^3 - y^3| > 1$ ;
- d)  $|e^x - e^y| > 1$ ?

5. Czy zbieżny jest szereg

- a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$ ;
- b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 2^n}{n^3}$ ;
- c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n^2}{2^n}$ ;
- d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^4}$ ?

6. Czy szereg potęgowy  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n}}$  jest zbieżny w punkcie

- a)  $x = 2$ ;
- b)  $x = 1$ ;
- c)  $x = -2$ ;
- d)  $x = -1$ ?

7. Czy prawdziwa jest równość

- a)  $\int_0^1 \frac{1}{x^2+1} dx = \pi/4$ ;
- b)  $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{1}{x^2+1} dx = \pi/12$ ;
- c)  $\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \frac{1}{x^2+1} dx = \pi/3$ ;
- d)  $\int_{\sqrt{3}}^{\infty} \frac{1}{x^2+1} dx = \pi/6$ ?

**8.** Czy jest prawdą, że

- a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2 + 5n} - n = 5/2$  ;
- b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2 + 4n} - n = 4$  ;
- c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2 + 3n} - n = 0$  ;
- d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2 + 2n} - n = 1$  ?

**9.** Czy jest prawdą, że

- a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \cos x = 1$  ;
- b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$  ;
- c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \operatorname{arctg} x = \pi/4$  ;
- d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \ln x = 1$  ?

**10.** Niech  $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ . Czy wtedy

- a)  $\bar{z} = z^5$  ;
- b)  $z^{10} = z$  ;
- c)  $z^3 = -1$  ;
- d)  $z^{18} = 1$  ?

**11.** Czy wektory  $v_1 = (1,0,1,0)$   $v_2 = (1,1,0,0)$  oraz  $v_3$  są liniowo **niezależne**, jeżeli

- a)  $v_3 = (3,2,1,4)$  ;
- b)  $v_3 = (5,3,2,0)$  ;
- c)  $v_3 = (5,2,3,0)$  ;
- d)  $v_3 = (1,2,3,4)$  ?

**12.** Czy podana liczba jest wartością własną macierzy

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 6 \end{pmatrix}$$

- a) 4;
- b) 5;
- c) 6;
- d) 3?

**13.** Czy podany wektor jest wektorem własnym macierzy

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

- a)  $(0,2,3,0,0)$ ;
- b)  $(0,0,0,2,3)$ ;
- c)  $(2,3,0,0,0)$ ;
- d)  $(0,0,2,3,0)$ ?

**14.** Czy podany wielomian jest podzielny (w pierścieniu wielomianów o współczynnikach rzeczywistych) przez wielomian  $x^2 - 1$

- a)  $x^{13} - 1$ ;
- b)  $x^6 + 1$ ;
- c)  $x^{11} + 1$ ;
- d)  $x^8 - 1$ ?

**15.** Czy rząd podanej macierzy jest równy 3

a)  $\begin{pmatrix} 457 & 786 \\ 944 & 583 \end{pmatrix}$  ;

b)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$  ;

c)  $\begin{pmatrix} 27 & 25 & 84 & 66 \\ 0 & 35 & 75 & 64 \\ 0 & 0 & 41 & 83 \end{pmatrix}$  ;

d)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  ?

**16.** Czy podany zbiór jest podgrupą grupy  $\{1,5,7,11\}$  z mnożeniem modulo 12

a)  $\{5,7\}$  ;

b)  $\{1,7\}$  ;

c)  $\{1,5\}$  ;

d)  $\{1,11\}$  ?

**17.** Czy podany zbiór z działaniem jest grupą

a) zbiór  $\{0,2,4,6,8\}$  z dodawaniem modulo 10 ;

b) zbiór  $\{1,5\}$  z mnożeniem modulo 8 ;

c) zbiór  $\{0,2\}$  z mnożeniem modulo 4 ;

d) zbiór  $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$  z mnożeniem modulo 11 ?

**18.** W jednej urnie znajduje się 1 kula biała i 1 kula czarna. W drugiej urnie znajduje się 5 kul, w tym  $n$  kul białych, a pozostałe czarne. Wybieramy losowo urnę, a następnie losujemy kulę z wybranej urny. Niech  $P(n)$  będzie prawdopodobieństwem, że wylosowano kulę białą. Czy wtedy

- a)  $P(3) \geq 11/20$ ;
- b)  $P(2) \geq 9/20$ ;
- c)  $P(4) \geq 3/5$ ;
- d)  $P(1) \geq 2/5$ ?

**19.** Rzucamy  $n$  razy symetryczną monetą. Niech  $P_n$  będzie prawdopodobieństwem, że wypadł dokładnie 1 orzeł. Czy wtedy

- a)  $P_{16} \geq 2^{-12}$ ;
- b)  $P_{13} \geq 2^{-9}$ ;
- c)  $P_{10} \geq 2^{-7}$ ;
- d)  $P_8 \geq 2^{-5}$ ?

**20.** Zdarzenia  $A$  i  $B$  są niezależne. Prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia  $A$  jest równe  $2/3$ , a prawdopodobieństwo jednoczesnego zajścia zdarzeń  $A$  i  $B$  jest równe  $q$ . Niech  $F(q)$  będzie prawdopodobieństwem zajścia zdarzenia  $B$ . Czy wtedy

- a)  $F(1/2) = 2/3$ ;
- b)  $F(1/3) = 1/2$ ;
- c)  $F(1/4) = 1/3$ ;
- d)  $F(1/6) = 5/6$ ?