

1. Czy prawdziwa jest nierówność

- a) $\log_7 4 > \log_7 3$;
- b) $2 \cdot \log_7 3 > 3 \cdot \log_7 2$;
- c) $\log_7 4 > \log_5 4$;
- d) $2 \cdot \log_7 5 > 5 \cdot \log_7 2$?

2. Czy ciąg (a_n) określony podanym wzorem jest ograniczony

- a) $a_n = e^n$;
- b) $a_n = \sin n$;
- c) $a_n = (-1)^n$;
- d) $a_n = \frac{(-1)^n}{n}$?

3. Czy jest prawdą, że

- a) $\forall_{x \in \mathbb{R}} \exists_{y \in \mathbb{R}} y \geq \arctg x$;
- b) $\exists_{x \in \mathbb{R}} \forall_{y \in \mathbb{R}} y \geq \arctg x$;
- c) $\forall_{y \in \mathbb{R}} \exists_{x \in \mathbb{R}} y \geq \arctg x$;
- d) $\exists_{y \in \mathbb{R}} \forall_{x \in \mathbb{R}} y \geq \arctg x$?

4. Czy dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y spełniających warunek $|x - y| < 1$ prawdziwa jest nierówność

- a) $|\arctg x + \arctg y| > 1000$;
- b) $|x^2 - y^2| < 1$;
- c) $|x + y| < 1000$;
- d) $|x| + |y| > 1$?

5. Czy zbieżny jest szereg

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\sqrt{n}}$;

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$;

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$;

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$?

6. Czy szereg potęgowy $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\binom{2n}{n}}$ jest zbieżny w punkcie

a) $x = 5$;

b) $x = -3$;

c) $x = -1$;

d) $x = 2$?

7. Czy prawdziwa jest równość

a) $\int_1^7 \frac{x}{x^2+1} dx = \ln 5$;

b) $\int_2^8 \frac{x}{x^2+1} dx = \frac{1}{2} \ln 13$;

c) $\int_1^3 \frac{x}{x^2+1} dx = \ln 5$;

d) $\int_1^5 \frac{x}{x^2+1} dx = \frac{1}{2} \ln 13$?

8. Czy jest prawdą, że

- a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^3 - 7}{n^3 + 4} = 0$;
- b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 1}{4n^3 + 1} = 0$;
- c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + 1}{3n^2 + 4} = \frac{2}{3}$;
- d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 1}{2n^2 + 3} = \frac{1}{2}$?

9. Czy jest prawdą, że

- a) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \ln x = 0$;
- b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 1$;
- c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \operatorname{arctg} x = \pi/2$;
- d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \ln x = +\infty$?

10. Niech $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. Czy wtedy

- a) $\bar{z} = z^2$;
- b) $z^9 = 1$;
- c) $z^3 = -1$;
- d) $z^4 = 1$?

11. Czy wektory $v_1 = (1, 1, 0)$ $v_2 = (0, 1, 1)$ oraz v_3 są liniowo **niezależne**, jeżeli

- a) $v_3 = (-1, 2, 3)$;
- b) $v_3 = (1, 1, 1)$;
- c) $v_3 = (1, 2, 3)$;
- d) $v_3 = (10, 17, 7)$?

12. Czy podana liczba jest wartością własną macierzy

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$$

- a) 3;
- b) 4;
- c) 6;
- d) 2?

13. Czy podany wektor jest wektorem własnym macierzy

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

- a) (4,4,0,0,0);
- b) (0,0,0,0,5);
- c) (1,1,2,2,3);
- d) (0,0,1,5,0)?

14. Czy rząd podanej macierzy jest równy 2

a) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$;

b) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$;

c) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$;

d) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$?

15. Czy wielomian $x^{60} - 1$ jest podzielny (w pierścieniu wielomianów o współczynnikach rzeczywistych) przez wielomian

- a) $x^3 + 1$;
- b) $x^4 + 1$;
- c) $x^5 - 1$;
- d) $x^4 - 1$?

16. Czy podany zbiór jest podgrupą grupy $\{1,2,3,4,5,6\}$ z mnożeniem modulo 7

- a) $\{1,4\}$;
- b) $\{1,6\}$;
- c) $\{1,2,4\}$;
- d) $\{1,3,5\}$?

17. Czy podany zbiór z działaniem jest grupą

- a) zbiór $\{2,4,6\}$ z dodawaniem modulo 8;
- b) zbiór $\{1,3\}$ z mnożeniem modulo 8;
- c) zbiór $\{1,4\}$ z mnożeniem modulo 5;
- d) zbiór $\{0,1,2,3,4,5,6\}$ z mnożeniem modulo 7?

18. Rzucamy symetryczną kostką sześcienną, na której ścianach znajduje się odpowiednio 1,2,3,4,5, n oczek. Niech $E(n)$ będzie wartością oczekiwaną liczby oczek wyrzuconych w pojedynczym rzucie tą kostką. Czy wtedy

- a) $E(9) \geq 4$;
- b) $E(8) \geq 3,9$;
- c) $E(10) \geq 4,1$;
- d) $E(7) \geq 3,7$?

19. Rzucamy n razy symetryczną monetą. Niech P_n będzie prawdopodobieństwem, że wypadły dokładnie 2 orły. Czy wtedy

- a) $P_6 \geq 1/4$;
- b) $P_5 \geq 1/3$;
- c) $P_4 = 3/8$;
- d) $P_3 = 3/8$?

20. Wybieramy losowo liczbę m ze zbioru $\{1, 2, 3, \dots, n\}$, a następnie wybieramy losowo liczbę k ze zbioru $\{1, 2, 3, \dots, m\}$. Niech $E(n)$ będzie wartością oczekiwaną liczby k . Czy wtedy

- a) $E(2) = 4/3$;
- b) $E(3) = 3/2$;
- c) $E(4) = 5/2$;
- d) $E(5) = 2$?