

EGZAMIN DYPLOMOWY, część I (zadania otwarte)
9.02.2006

Zadanie 1. Wyznaczyć wartość parametru A , dla której funkcja f określona wzorem

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{2x} - 4e^x + 2x + 3}{x^3} & \text{dla } x \neq 0 \\ A & \text{dla } x = 0 \end{cases}$$

jest różniczkowalna w zerze oraz obliczyć $f'(0)$ dla tej wartości parametru.

Zadanie 2. Obliczyć całkę

$$\int_3^8 \frac{dx}{x\sqrt{x+1}}.$$

Zadanie 3. Wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji

$$f(x, y) = x$$

na zbiorze

$$\{(x, y) : x^4 + y^4 = 4xy\}.$$

Wyznaczyć wszystkie punkty, w których wartości najmniejsza i największa są osiągnane.

Przyjąć bez dowodu, że funkcja na podanym zbiorze jest ograniczona i osiąga swoje kresy.

Zadanie 4. Wektory $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 1)$ i $(1, 1, 1)$ są wektorami własnymi macierzy A . Dowieść, że wektor $(1, 2, 2)$ także jest wektorem własnym macierzy A .

Zadanie 5. Dana jest grupa nieabelowa (nieprzemienna) G oraz takie jej elementy a, b , że spełnione są następujące warunki:

- $a^3 = e$,
- $ba = ab^2$.

Dowieść, że $b^7 = e$.

Wskazówka: $b = baaa$.

Zadanie 6. Zdarzenia losowe A, B, C spełniają warunki:

- $P(A) = P(B) = P(C) = 1/2$,
- $P(A \cap B) = P(A \cap C) = P(B \cap C) = 1/6$.

Wyznaczyć $P(A \cap B \cap C)$.

Zadania 2, 3 po 4 punkty, pozostałe po 3 punkty.