

1. Czy prawdziwa jest równość

- a) $\log_5 8 = 4 \log_5 2$;
- b) $\log_2 5 = 3 \log_8 5$;
- c) $\log_8 9 = \frac{2}{3} \log_2 3$;
- d) $\log_4 27 = 6 \log_2 3$?

2. Czy jest prawdą, że

- a) $\exists_{x \in \mathbb{R}} \forall_{y \in \mathbb{R}} x^2 + y^2 > 2005$;
- b) $\exists_{y \in \mathbb{R}} \forall_{x \in \mathbb{R}} x^2 + y^2 > 2005$;
- c) $\forall_{y \in \mathbb{R}} \exists_{x \in \mathbb{R}} x^2 + y^2 > 2005$;
- d) $\forall_{x \in \mathbb{R}} \exists_{y \in \mathbb{R}} x^2 + y^2 > 2005$?

3. Czy zbieżny jest szereg

- a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{5^n}$;
- b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$;
- c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^5}$;
- d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n!}$?

4. Czy zbieżny jest szereg

- a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n}$;
- b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sqrt[4]{n}}{\sqrt[3]{n}}$;
- c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sqrt[3]{n}}{\sqrt[4]{n}}$;
- d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[4]{n}}$?

5. Czy dla dowolnej liczby rzeczywistej x prawdziwa jest implikacja

- a) $|x-3| < 1 \Rightarrow x^2 > 8$;
- b) $|x-3| < 2 \Rightarrow x^2 < 21$;
- c) $|x-3| < 1 \Rightarrow x^2 < 20$;
- d) $|x-3| < 2 \Rightarrow x^2 > 2$?

6. Ciąg (a_n) jest ograniczony i rozbieżny. Czy stąd wynika, że

- a) ciąg (a_n^2) jest ograniczony;
- b) ciąg (a_n^2) jest rozbieżny;
- c) ciąg (na_n) nie jest ograniczony;
- d) ciąg (a_n/n) jest zbieżny?

7. Niech $E_n = \int_0^\pi \sin(nx) dx$. Czy prawdziwa jest równość

- a) $E_2 = 0$;
- b) $E_1 = 2$;
- c) $E_3 = 2/3$;
- d) $E_4 = 1/2$?

8. Czy poprawnie dokonano zmiany kolejności całkowania

- a) $\int_0^1 \int_{\sqrt{x}}^1 f(x,y) dy dx = \int_0^1 \int_{y^2}^1 f(x,y) dx dy$;
- b) $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{x}} f(x,y) dy dx = \int_0^1 \int_0^{y^2} f(x,y) dx dy$;
- c) $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{x}} f(x,y) dy dx = \int_0^1 \int_{y^2}^1 f(x,y) dx dy$;
- d) $\int_0^1 \int_{\sqrt{x}}^1 f(x,y) dy dx = \int_0^1 \int_0^{y^2} f(x,y) dx dy$?

9. Czy jest prawdą, że

- a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 1$;
- b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 0$;
- c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cos x}{x} = 0$;
- d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{x} = 1$?

10. Czy dla dowolnej liczby zespolonej z zachodzi równość

- a) $|z^2| = |z|^2$;
- b) $\bar{z}z^3 = z^2|z|^2$;
- c) $z + \bar{z} = 2|z|$;
- d) $z\bar{z} = |z|^2$?

11. Czy układ równań

$$\begin{cases} 5x + 7y = a \\ 3x + 5y = b \end{cases}$$

ma dokładnie jedno rozwiązanie w liczbach rzeczywistych x, y , jeżeli

- a) $a = 75, b = 225$;
- b) $a = 97, b = 970$;
- c) $a = 803, b = -73$;
- d) $a = 123, b = 246$?

12. Czy wektory $v_1 = (1, 0, 1)$, $v_2 = (0, 1, 1)$ oraz v_3 są liniowo **zależne**, jeżeli

- a) $v_3 = (3, 4, 6)$;
- b) $v_3 = (2, 3, 4)$;
- c) $v_3 = (2, 3, 5)$;
- d) $v_3 = (3, 4, 5)$?

13. Czy podana liczba jest wartością własną macierzy

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

- a) 2;
- b) 5;
- c) 4;
- d) 0?

14. Czy rząd podanej macierzy jest równy 2

a) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 6 & 10 \\ 0 & 9 & 15 \end{pmatrix}$;

b) $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 0 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$;

c) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 6 & 10 \\ 3 & 9 & 15 \end{pmatrix}$;

d) $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 0 & 2 & 6 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$?

15. Czy w grupie $\{0, 1, 2, 3, 4, \dots, 23\}$ z dodawaniem modulo 24 istnieje element rzędu

- a) 8;
- b) 6;
- c) 3;
- d) 10?

16. Czy podany zbiór jest podgrupą grupy $\{0, 1, 2, 3, 4, \dots, 29\}$ z dodawaniem modulo 30

- a) $\{0, 15\}$;
- b) $\{0, 10, 20\}$;
- c) $\{6, 12, 18, 24\}$;
- d) $\{0, 10, 15\}$?

17. Czy grupą jest

- a) zbiór $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ z dodawaniem modulo 6;
- b) zbiór $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ z mnożeniem modulo 11;
- c) zbiór $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ z mnożeniem modulo 6;
- d) zbiór $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ z mnożeniem modulo 6?

18. W urnie znajduje się n kul z numerami $3, 4, 5, 6, \dots, n+2$. Niech $E(n)$ będzie wartością oczekiwaną liczby na kuli wylosowanej z urny. Czy wtedy

- a) $E(5) = 5$;
- b) $E(24) = 15$;
- c) $E(11) = 7$;
- d) $E(16) = 10,5$?

19. Rzucamy trzema kostkami do gry. Niech P_n będzie prawdopodobieństwem, że suma liczb oczek wyrzuconych na wszystkich kostkach jest równa n . Czy wtedy

- a) $P_{16} = 1/36$;
- b) $P_{17} = 1/108$;
- c) $P_{18} = 1/180$;
- d) $P_{15} = 5/108$?

20. Rzucono dwiema kostkami do gry. Okazało się, że suma liczb oczek wyrzuconych na obu kostkach jest mniejsza od 7. Niech P_n będzie prawdopodobieństwem, że wobec tego suma liczb oczek wyrzuconych na obu kostkach jest równa n . Czy wtedy

- a) $P_5 \leq 1/4$;
- b) $P_4 \leq 1/5$;
- c) $P_3 \leq 1/6$;
- d) $P_6 \leq 1/3$?