

1. Czy prawdziwa jest nierówność

- a) $\log_2 6 < 1 + \log_2 3$;
- b) $\log_5 11 < \log_7 11$;
- c) $\log_4 7 < \log_4 11$;
- d) $\log_3 6 < 1 + \log_3 2$?

2. Czy jest prawdą, że

- a) $\exists_{x \in \mathbb{R}} \forall_{y \in \mathbb{R}} y < e^x$;
- b) $\exists_{y \in \mathbb{R}} \forall_{x \in \mathbb{R}} y < e^x$;
- c) $\forall_{y \in \mathbb{R}} \exists_{x \in \mathbb{R}} y < e^x$;
- d) $\forall_{x \in \mathbb{R}} \exists_{y \in \mathbb{R}} y < e^x$?

3. Czy zbieżny jest szereg

- a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\operatorname{arctg} n}$;
- b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$;
- c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \sqrt[3]{n}}$;
- d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\sqrt{n}}$?

4. Szereg $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ jest szeregiem zbieżnym o wyrazach dodatnich. Czy stąd wynika, że zbieżny jest szereg

a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$;

b) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$;

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n}$;

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{a_n}$?

5. Czy dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y spełniających warunki $|x - 10| < 2$ oraz $|y - 5| < 1$ prawdziwa jest nierówność

a) $|x + y| < 20$;

b) $|x - y| < 7$;

c) $|x + y| > 12$;

d) $|x - y| > 1$?

6. Czy ciąg (a_n) określony podanym wzorem ma granicę skończoną

a) $a_n = \frac{1}{\sqrt{n^2 + n} + n}$;

b) $a_n = \frac{1}{\sqrt{n^2 + n} - n}$;

c) $a_n = \sqrt{n^2 + n} + n$;

d) $a_n = \sqrt{n^2 + n} - n$?

7. Czy prawdziwa jest równość

a) $\int_1^3 \frac{x}{x^2+1} dx = \frac{1}{2} \ln 5$;

b) $\int_1^7 \frac{x}{x^2+1} dx = \ln 5$;

c) $\int_2^8 \frac{x}{x^2+1} dx = \ln 5$;

d) $\int_0^2 \frac{x}{x^2+1} dx = \frac{1}{2} \ln 5$?

8. Niech $f(x,y) = xe^{xy}$. Czy poprawnie podano wzór na pochodną cząstkową

a) $f''_{xy}(x,y) = 3xe^{xy}$;

b) $f'_y(x,y) = x^2e^{xy} + e^{xy}$;

c) $f'_x(x,y) = xye^{xy} + e^{xy}$;

d) $f''_{yy}(x,y) = x^3e^{xy}$?

9. Czy jest prawdą, że

a) $\operatorname{arctg}(-1) = -\pi/4$;

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \operatorname{arctg} x = \pi/2$;

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \operatorname{arctg}(-x) = -\pi/2$;

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \operatorname{arctg}(2x) = \pi$?

10. Czy podana liczba zespolona z spełnia równanie $z^8 = 16$

a) $z = -2i$;

b) $z = \sqrt{2}i$;

c) $z = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}}$;

d) $z = 1 - i$?

11. Czy układ równań

$$\begin{cases} 6x + 9y = a \\ 4x + 6y = b \end{cases}$$

ma co najmniej jedno rozwiązanie w liczbach rzeczywistych x, y , jeżeli

- a) $a = 200, b = 100$;
- b) $a = 300, b = 200$;
- c) $a = 200, b = 300$;
- d) $a = 300, b = 450$?

12. Czy wektory $v_1 = (1, 1, 0)$, $v_2 = (0, 1, 1)$ oraz v_3 są liniowo **niezależne**, jeżeli

- a) $v_3 = (13, 14, 2)$;
- b) $v_3 = (11, 14, 3)$;
- c) $v_3 = (12, 14, 1)$;
- d) $v_3 = (10, 14, 4)$?

13. Czy podana liczba jest wartością własną macierzy

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

- a) 1;
- b) 3;
- c) 4;
- d) 2?

14. Czy rząd podanej macierzy jest równy 3

a) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$;

b) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$;

c) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$;

d) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$?

15. Czy w grupie S_3 permutacji zbioru 3-elementowego istnieje element rzędu

- a) 6;
- b) 4;
- c) 3;
- d) 2?

16. Czy podany zbiór jest podgrupą grupy $\{0,1,2,3,4,\dots,20\}$ z dodawaniem modulo 21

- a) $\{1,20\}$;
- b) $\{0,6,12,18\}$;
- c) $\{0,3,7\}$;
- d) $\{0,7,14\}$?

17. Czy grupą jest

- a) zbiór $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ z dodawaniem modulo 7;
- b) zbiór $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ z mnożeniem modulo 7;
- c) zbiór $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ z dodawaniem modulo 7;
- d) zbiór $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ z mnożeniem modulo 7?

18. Rzucamy kostką do gry. Jeśli wypadnie liczba mniejsza od 4, jest ona wynikiem gry. W przeciwnym razie wynikiem gry jest liczba wyrzuconych oczek pomnożona przez n . Niech $E(n)$ będzie wartością oczekiwaną wyniku gry. Czy wtedy

- a) $E(3) = 9$;
- b) $E(6) = 16$;
- c) $E(5) = 25/2$;
- d) $E(4) = 11$?

19. Dane są dwie monety: jedna symetryczna z orłem po jednej stronie i reszką po drugiej, zaś druga z orłami po obu stronach. Wybrano losowo jedną z monet i wykonano nią n rzutów. Niech P_n będzie prawdopodobieństwem, że wypadły same orły. Czy wtedy

- a) $P_2 = 5/6$;
- b) $P_1 = 3/4$;
- c) $P_4 = 16/17$;
- d) $P_3 = 9/16$?

20. Rzucamy jednocześnie 12 monet: 10 symetrycznych i 2 o prawdopodobieństwie wypadnięcia orła równym p . Niech $E(p)$ będzie wartością oczekiwaną liczby monet, które zwrócone są reszką do góry. Czy wtedy

- a) $E(0.2) \leq 6$;
- b) $E(0.6) \leq 6$;
- c) $E(0.4) \leq 5$;
- d) $E(0.1) \leq 4$?