Wersja testu **A** 17 września 2004r.

1. Czy prawdą jest, że

a) $\exists_{x\in\mathbb{R}} \forall_{y\in\mathbb{R}} \ (y>x \Rightarrow y>-x)$;

b) $\forall_{y\in\mathbb{R}} \exists_{x\in\mathbb{R}} \ (y>x \Rightarrow y>-x)$;

c) $\forall_{x\in\mathbb{R}} \exists_{y\in\mathbb{R}} \ (y>x \Rightarrow y>-x)$;

d) $\exists_{y\in\mathbb{R}} \forall_{x\in\mathbb{R}} \ (y>x \Rightarrow y>-x)$?

2. Czy ciąg (a_n) określony podanym wzorem ma granicę równą 1

a) $a_n = \dfrac{2^n+3^n}{3^n+5^n}$;

b) $a_n = \dfrac{2^n+5^n}{3^n+4^n}$;

c) $a_n = \dfrac{2^n+3^n}{2^n+5^n}$;

d) $a_n = \dfrac{2^n+5^n}{3^n+5^n}$?

3. Czy dla dowolnej liczby całkowitej n zachodzi równość

a) $\sin\dfrac{n\pi}{2} = (-1)^n$;

b) $\cos\dfrac{n\pi}{3} = \dfrac{(-1)^{n+1}}{2}$;

c) $\sin\dfrac{n\pi}{4} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}(-1)^n$;

d) $\cos n\pi = (-1)^n$?

4. Przyjmijmy oznaczenie $P(a,b) = \{x^2 : a \leqslant x \leqslant b\}$. Czy wtedy

a) $3 \in P(1,2)$;

b) $1 \in P(-2,3)$;

c) $4 \in P(-3,-2)$;

d) $2 \in P(-1,1)$?

5. Czy szereg $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ jest zbieżny, jeśli

a) $a_n = \dfrac{1}{n\sqrt{n}+1}$;

b) $a_n = n \cdot (-1)^n$;

c) $a_n = \dfrac{1}{\sqrt{n}+1}$;

d) $a_n = \dfrac{(-1)^n}{n+1}$?

6. Czy dla dowolnej funkcji różniczkowalnej $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ zachodzi wynikanie

a) jeżeli f jest nieparzysta, to f' jest nieparzysta ;

b) jeżeli f jest parzysta, to f' jest parzysta ;

c) jeżeli f jest nieparzysta, to f' jest parzysta ;

d) jeżeli f jest parzysta, to f' jest nieparzysta ?

7. Czy dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y zachodzi nierówność

a) $|x+y| - |y| \leqslant |x|$;

b) $|x+y| \leqslant |x| + |y|$;

c) $|x-y| - |y| \leqslant |x|$;

d) $|x-y| \leqslant |x| - |y|$?

8. Szereg potęgowy $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ jest zbieżny dla $x = -3$ i rozbieżny dla $x = 5$. Czy stąd wynika, że

a) szereg jest rozbieżny dla $x = -6$;

b) szereg jest rozbieżny dla $x = 4$;

c) szereg jest zbieżny dla $x = 3$;

d) szereg jest zbieżny dla $x = 2$?

9. Czy poprawnie dokonano zmiany kolejności całkowania

a) $\int\limits_{-2}^{0}\int\limits_{x^2}^{4} f(x,y)\,dy\,dx = \int\limits_{-4}^{0}\int\limits_{-\sqrt{y}}^{0} f(x,y)\,dx\,dy\,;$

b) $\int\limits_{0}^{2}\int\limits_{0}^{x^2} f(x,y)\,dy\,dx = \int\limits_{0}^{4}\int\limits_{0}^{\sqrt{y}} f(x,y)\,dx\,dy\,;$

c) $\int\limits_{-2}^{0}\int\limits_{0}^{x^2} f(x,y)\,dy\,dx = \int\limits_{0}^{4}\int\limits_{-2}^{-\sqrt{y}} f(x,y)\,dx\,dy\,;$

d) $\int\limits_{0}^{2}\int\limits_{x^2}^{4} f(x,y)\,dy\,dx = \int\limits_{0}^{4}\int\limits_{\sqrt{y}}^{2} f(x,y)\,dx\,dy\,?$

10. Czy nierówność $\log_a 3 > \log_a 2$ jest prawdziwa dla

a) $a = 3\,;$

b) $a = 2\,;$

c) $a = 1/2\,;$

d) $a = 1/3\,?$

11. Niech

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & 10 \\ 11 & 12 & \dots & 20 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 91 & 92 & \dots & 100 \end{pmatrix}$$

będzie macierzą 10×10, w której kolejno wypisano liczby od 1 do 100. Czy rząd macierzy A

a) przy dzieleniu przez 4 daje resztę $1\,;$

b) jest mniejszy niż $8\,;$

c) jest większy niż $3\,;$

d) jest liczbą parzystą ?

12. Czy podany pierścień jest ciałem

a) pierścień liczb wymiernych z dodawaniem i mnożeniem;

b) pierścień liczb zespolonych z dodawaniem i mnożeniem;

c) pierścień liczb całkowitych z dodawaniem i mnożeniem;

d) pierścień wielomianów jednej zmniennej o współczynnikach rzeczywistych z dodawaniem i mnożeniem?

13. Czy w grupie $\{1, 3, 5, 7\}$ z mnożeniem modulo 8 istnieje element rzędu

a) 1;

b) 3;

c) 4;

d) 2?

14. Czy jedną z wartości własnych macierzy $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ jest liczba

a) -4;

b) -3;

c) 2;

d) 1?

15. Niech $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$. Czy wtedy

a) $z^{19} = z^7$;

b) $z^{18} = -1$;

c) $z^{17} = z^2$;

d) $z^{16} = iz$?

16. Dany jest układ pięciu równań liniowych z trzema niewiadomymi x,y,z. Wiadomo, że jednym z równań układu jest równanie

$$x+y+z=3$$

oraz, że trójki $(x,y,z)=(3,0,0)$ i $(x,y,z)=(0,3,0)$ są rozwiązaniami danego układu. Czy stąd wynika, że

a) trójka $(x,y,z)=(0,2,1)$ **nie** jest rozwiązaniem układu równań;

b) trójka $(x,y,z)=(0,1,2)$ jest rozwiązaniem układu równań;

c) trójka $(x,y,z)=(3,3,0)$ **nie** jest rozwiązaniem układu równań;

d) trójka $(x,y,z)=(1,2,0)$ jest rozwiązaniem układu równań?

17. Czy dla dowolnej liczby zespolonej z zachodzi nierówność

a) $|z|\leqslant|z-1|+1$;

b) $|z-i|\leqslant|z-1|+1$;

c) $|z-1|\leqslant|z-i|+1$;

d) $|z-1|\leqslant|z|+1$?

18. Wykonano jeden rzut kostką do gry. Niech E_n będzie wartością oczekiwaną n-tej potęgi liczby wyrzuconych oczek. Czy wtedy

a) $(E_1)^2>E_2$;

b) $E_2<15$;

c) $E_2<13$;

d) $(E_1)^2<E_2$?

19. Rzucamy dwa razy kostką do gry. Niech p_n będzie prawdopodobieństwem, że mniejsza z wyrzuconych liczb jest równa n. Czy wtedy

a) $p_3 = 1/6$;

b) $p_2 = 1/4$;

c) $p_5 = 1/12$;

d) $p_4 = 1/9$?

20. Losujemy liczbę ze zbioru $\{1,2,\ldots,36\}$. Niech A będzie zdarzeniem: *wylosowana liczba jest podzielna przez 3*. Niech B będzie zdarzeniem: *wylosowana liczba jest jednocyfrowa*. Niech C będzie zdarzeniem: *wylosowana liczba ma w zapisie dziesiętnym cyfrę 3 lub 0*. Czy wtedy

a) zdarzenia B i C są niezależne ;

b) zdarzenia A i B są niezależne ;

c) zdarzenia A, B i C są niezależne ;

d) zdarzenia A i C są niezależne ?