Pisemny egzamin dyplomowy

na Uniwersytecie Wrocławskim

na kierunku matematyka

część I

zadania testowe

16 lutego 2004r.

Wersja testu **A** 16 lutego 2004r.

1.	a.	T N	b.	T N	c.	T N	d.	T N
2.	a.	T N	b.	T N	c.	T N	d.	T N
3.	a.	T N	b.	T N	c.	T N	d.	T N
4.	a.	T N	b.	T N	c.	T N	d.	T N
5.	a.	T N	b.	T N	c.	T N	d.	T N
6.	a.	T N	b.	T N	c.	T N	d.	T N
7.	a.	T N	b.	T N	c.	T N	d.	T N
8.	a.	T N	b.	T N	c.	T N	d.	T N
9.	a.	T N	b.	T N	c.	T N	d.	T N
10.	a.	T N	b.	T N	c.	T N	d.	T N

1. Czy prawdą jest, że

a) $\exists_{x\in\mathbb{R}}\forall_{y\in\mathbb{R}}\forall_{z\in\mathbb{R}}\ \sin(x+z)=\cos(y+z)$;

b) $\exists_{z\in\mathbb{R}}\forall_{x\in\mathbb{R}}\forall_{y\in\mathbb{R}}\ \sin(x+z)=\cos(y+z)$;

c) $\forall_{x\in\mathbb{R}}\forall_{y\in\mathbb{R}}\exists_{z\in\mathbb{R}}\ \sin(x+z)=\cos(y+z)$;

d) $\forall_{x\in\mathbb{R}}\exists_{y\in\mathbb{R}}\forall_{z\in\mathbb{R}}\ \sin(x+z)=\cos(y+z)$?

2. Czy z podanego warunku wynika, że ciąg (a_n) jest zbieżny do zera

a) $\forall_{\varepsilon>0}\exists_N\forall_{n>N}\ a_n^2<\varepsilon$;

b) $\forall_{\varepsilon>0}\exists_N\forall_{n>N}\ a_n^3<\varepsilon$;

c) $\forall_{\varepsilon>0}\exists_N\forall_{n>N}\ |a_n|<\varepsilon^3$;

d) $\forall_{\varepsilon>0}\exists_N\forall_{n>N}\ a_n<\varepsilon$?

3. Czy wartość podanej całki jest równa zero

a) $\int_{-8}^{8}\sin^8 x\sin^{88}x\sin^{888}x\,dx$;

b) $\int_{-5}^{5}e^{\sin x}\,dx$;

c) $\int_{-6}^{6}\sin 6x\cos 77x\,e^{666x^2}\,dx$;

d) $\int_{-7}^{7}\sin^7 x\sin^{77}x\sin^{777}x\,dx$?

4. Czy istnieje taka liczba niewymierna dodatnia x, że

a) liczba x^3 jest wymierna ;

b) $\sqrt{2}<x<\sqrt{3}$;

c) liczba x^2 jest niewymierna ;

d) liczba $\sqrt{x}$ jest wymierna ?

5. Czy szereg $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ jest zbieżny, jeśli

a) $a_n = \dfrac{\sqrt{n}+\sqrt[3]{n}}{3+n\sqrt{n}}$;

b) $a_n = \dfrac{(-1)^n}{\sqrt{n}+1}$;

c) $a_n = \dfrac{(-1)^n\sqrt{n}}{\sqrt[3]{n}+3}$;

d) $a_n = \dfrac{\sqrt{n}}{n^2+1}$?

6. Szereg $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ jest zbieżny. Czy stąd wynika, że

a) szereg $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n}$ jest rozbieżny ;

b) szereg $\sum_{n=1}^{\infty} n a_n$ jest zbieżny ;

c) szereg $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ jest zbieżny ;

d) szereg $\sum_{n=1}^{\infty} n a_n$ jest rozbieżny ?

7. Czy istnieje taki ciąg (a_n) niemający granicy skończonej, że

a) $\underset{n\in\mathbb{N}}{\forall}\ a_n \in \{\frac{1}{k};\, k\in\mathbb{N}\}$;

b) $\underset{n\in\mathbb{N}}{\forall}\ 3 < a_n < \pi$;

c) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 7$;

d) ciąg (a_n^2) jest zbieżny do 4 ?

8. Czy jest prawdą, że

a) $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{\ln x}{\sqrt{x}} = 0$;

b) $\lim\limits_{x\to +\infty} \sqrt{x}\ln x = 0$;

c) $\lim\limits_{x\to 0^+} \sqrt{x}\ln x = -\infty$;

d) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{\ln x}{\sqrt{x}} = +\infty$?

9. Czy funkcja f jest rosnąca na podanym przedziale

a) $f(x)=\sin\left(\frac{x+1}{100}\right)$, $[0,4\pi]$;

b) $f(x)=\left(e^x-e^2\right)\left(e^x-e^7\right)$, $[2,7]$;

c) $f(x)=\frac{\ln x}{17+e^{-x}}$, $[3,777]$;

d) $f(x)=\frac{e^x}{e^x+1}$, $[-5,17]$?

10. Czy dla dowolnej liczby zespolonej z o module 1 zachodzi warunek

a) $z^{360}=1$;

b) jeżeli $z^2\neq -1$, to $\frac{z}{1+z^2}\in\mathbb{R}$;

c) $z+z^{-1}\in\mathbb{R}$;

d) $\overline{z}=z^{-1}$?

11. Czy podany zbiór jest podgrupą grupy $\{1,2,3,4,5,6\}$ z mnożeniem modulo 7

a) $\{2,3,6\}$;

b) $\{1,2,3\}$;

c) $\{1,2,4\}$;

d) $\{2,4,6\}$?

12. Czy w grupie $\{0,1,2,\ldots,11\}$ z dodawaniem modulo 12 istnieje element rzędu

a) 6;

b) 4;

c) 5;

d) 3?

13. Czy wyznacznik podanej macierzy jest równy 0

a) $\begin{pmatrix} 1 & 6 & 10 & 13 & 15 \\ 0 & 2 & 7 & 11 & 14 \\ 0 & 0 & 3 & 8 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$;

b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 5 & 7 & 11 \\ 13 & 17 & 19 & 23 & 29 \\ 2 & 4 & 6 & 8 & 10 \\ 31 & 37 & 41 & 43 & 47 \end{pmatrix}$;

c) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 & 102 \\ 2 & 4 & 3 & 8 & 203 \\ 3 & 9 & 5 & 27 & 305 \\ 4 & 16 & 7 & 64 & 407 \\ 5 & 25 & 11 & 125 & 511 \end{pmatrix}$;

d) $\begin{pmatrix} 2 & 11 & 23 & 37 & 43 \\ 0 & 3 & 13 & 29 & 41 \\ 0 & 0 & 0 & 17 & 31 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 19 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$?

14. Czy wektory v_1, v_2, v_3 są liniowo niezależne w $\mathbb{R}^3$, jeśli $v_1 = (1,3,2)$, $v_2 = (3,5,2)$ oraz

a) $v_3 = (4,8,7)$;

b) $v_3 = (3,7,5)$;

c) $v_3 = (2,6,3)$;

d) $v_3 = (1,2,1)$?

15. Czy istnieje taka liczba rzeczywista a, że układ równań

$$\begin{cases} ax+2y &= 0 \\ 3x+4y &= 0 \end{cases}$$

a) ma dokładnie dwa rozwiązania rzeczywiste ;
b) ma dokładnie jedno rozwiązanie rzeczywiste ;
c) ma nieskończenie wiele rozwiązań rzeczywistych ;
d) nie ma rozwiązań rzeczywistych ?

16. Czy dla dowolnej liczby zespolonej z podana liczba jest liczbą rzeczywistą nieujemną

a) $z \cdot \overline{z}$;
b) $z + \overline{z}$;
c) $3|z| - z - \overline{z}$;
d) z^2 ?

17. Czy podany wielomian ma co najmniej jeden pierwiastek całkowity

a) $x^6 + 2x^4 + 3x^2 + 4$;
b) $2x^6 - 4x^5 + 6x^3 - 7$;
c) $x^6 - 2x^4 - 3x^2 + 4$;
d) $x^5 - 5$?

18. W jednej urnie jest jedna kula biała i dwie kule czarne. W drugiej urnie jest n kul białych i jedna kula czarna. Wybieramy losowo urnę, a następnie losujemy kulę z wybranej urny. Niech p_n będzie prawdopodobieństwem zdarzenia, że wylosowano kulę białą. Czy stąd wynika, że

a) $p_1 = 2/5$;

b) $p_5 = 7/12$;

c) $p_3 = 4/7$;

d) $p_2 = 1/2$?

19. Wykonano kolejno 4 rzuty monetą. Okazało się, że 2 razy wypadł orzeł, a 2 razy reszka. Czy wobec tego

a) prawdopodobieństwo, że w pierwszych dwóch rzutach wypadł jeden orzeł i jedna reszka, jest równe $2/3$;

b) prawdopodobieństwo, że w pierwszych dwóch rzutach wypadły dwa orły, jest równe $1/4$;

c) prawdopodobieństwo, że w pierwszym rzucie wypadł orzeł, a w drugim reszka, jest równe $1/3$;

d) prawdopodobieństwo, że w pierwszym rzucie wypadł orzeł, jest równe $1/2$?

20. Z urny zawierającej 6 kul z numerami 1, 2, 3, 4, 5, 6 wylosowano (bez zwracania) dwie kule. Niech p_n będzie prawdopodobieństwem, że suma liczb na wylosowanych kulach jest równa n. Czy stąd wynika, że

a) $p_5 = p_6$;

b) $p_3 = p_4$;

c) $p_6 = p_7$;

d) $p_4 = p_5$?