

**EGZAMIN DYPLOMOWY, część I, 25.09.2003, 8.00-10.00**

**Zadanie 1.** (3 punkty)

Rozwiązać nierówność

$$\log_{(x+1)/2}(x+6) \leq 2\log_{(x+1)/2}|x|.$$

**Zadanie 2.** (4 punkty)

Wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji

$$f(x, y, z) = x + 2y + 4z$$

na okręgu określonym równaniami

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1, \quad x + y + z = 0.$$

Podać punkty, w których te wartości są osiąmane.

**Zadanie 3.** (3 punkty)

Rozstrzygnąć zbieżność szeregu

$$\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^2 + n} - n).$$

**Zadanie 4.** (3 punkty)

Dać przykład takiej macierzy  $3 \times 3$  rzędu 2, że wektor  $(1, 0, 0)$  jest wektorem własnym odpowiadającym wartości własnej 2, a wektor  $(0, 1, 1)$  jest wektorem własnym odpowiadającym wartości własnej 3.

**Zadanie 5.** (4 punkty)

W każdej z dwóch urn znajduje się jedna kula biała. Wybieramy losowo jedną z urn i wkładamy do niej kulę czarną. Ponownie wybieramy losowo jedną z urn i wkładamy do niej kulę czarną. Następnie wybieramy losowo jedną z urn i losujemy z niej kulę.

Obliczyć prawdopodobieństwo, że wylosowana kula jest biała.

**Zadanie 6.** (3 punkty)

Rozstrzygnąć, czy w grupie permutacji  $S_5$  istnieje element rzędu 6.