

**Pisemny egzamin dyplomowy
na Uniwersytecie Wrocławskim
na kierunku matematyka**

część II

specjalność matematyka z informatyką

20 czerwca 2002r.

1. Rozwiązać równanie

$$y'' - 2y' + y = 0$$

przy warunku początkowym

$$y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$

2. Niech

$$f(x) = \frac{1}{x^4 + 1}.$$

Udowodnić, że ciąg (z metody *Newton'a*)

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

dla każdego $x_0 \in \mathbb{R}$ (punktu startowego) jest **rozbieżny** !

3. Wyznaczyć wielomian interpolacyjny *Lagrange'a*

$$p(x) = y_0 \ell_0(x) + y_1 \ell_1(x) + \dots + y_n \ell_n(x)$$

dla następujących danych:

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} x & -1 & 1 & 3 & 4 \\ \hline y & 0 & -1 & 1 & 2 \end{array}$$

4. W programie jest następująca deklaracja *tablicy* liczb całkowitych

```
int A[7]={2,1,3,4,6,7,8};
```

Co pojawi się na ekranie po wykonaniu następującego fragmentu kodu

```
int i,j,n,r;

n = 7;
for(i=1;i<n;++i)
    for(j=0;j<n-i;++j)
        if(A[j]<A[j+1])
        {
            r      = A[j+1];
            A[j+1] = A[j];
            A[j]   = r;
        }
for(i=0;i<n;++i)
    printf("%i\n",A[i]);
```

Ile jest wykonywanych porównań i podstawień?

5. W partii towaru, która przypuszczalnie zawiera 10% braków, znaleziono 71 braków w próbce złożonej z 500 elementów. Sprawdzić na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ hipotezę orzekającą, że w partii tej jest istotnie 10% braków.

Skorzystać z odpowiedniego przybliżenia rozkładem normalnym oraz z podanej tablicy dystrybuanty standardowego rozkładu normalnego.

Rozkład normalny; $\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t e^{-x^2/2} dx$

| t | Φ(t) |
|------|--------|------|--------|------|--------|------|--------|------|--------|
| 0 | 0,5000 | 0,4 | 0,6554 | 0,8 | 0,7881 | 1,2 | 0,8849 | 1,6 | 0,9452 |
| 0,01 | 0,5040 | 0,41 | 0,6591 | 0,81 | 0,7910 | 1,21 | 0,8869 | 1,61 | 0,9463 |
| 0,02 | 0,5080 | 0,42 | 0,6628 | 0,82 | 0,7939 | 1,22 | 0,8888 | 1,62 | 0,9474 |
| 0,03 | 0,5120 | 0,43 | 0,6664 | 0,83 | 0,7967 | 1,23 | 0,8907 | 1,63 | 0,9484 |
| 0,04 | 0,5160 | 0,44 | 0,6700 | 0,84 | 0,7995 | 1,24 | 0,8925 | 1,64 | 0,9495 |
| 0,05 | 0,5199 | 0,45 | 0,6736 | 0,85 | 0,8023 | 1,25 | 0,8944 | 1,65 | 0,9505 |
| 0,06 | 0,5239 | 0,46 | 0,6772 | 0,86 | 0,8051 | 1,26 | 0,8962 | 1,66 | 0,9515 |
| 0,07 | 0,5279 | 0,47 | 0,6808 | 0,87 | 0,8078 | 1,27 | 0,8980 | 1,67 | 0,9525 |
| 0,08 | 0,5319 | 0,48 | 0,6844 | 0,88 | 0,8106 | 1,28 | 0,8997 | 1,68 | 0,9535 |
| 0,09 | 0,5359 | 0,49 | 0,6879 | 0,89 | 0,8133 | 1,29 | 0,9015 | 1,69 | 0,9545 |
| 0,1 | 0,5398 | 0,5 | 0,6915 | 0,9 | 0,8159 | 1,3 | 0,9032 | 1,7 | 0,9554 |
| 0,11 | 0,5438 | 0,51 | 0,6950 | 0,91 | 0,8186 | 1,31 | 0,9049 | 1,71 | 0,9564 |
| 0,12 | 0,5478 | 0,52 | 0,6985 | 0,92 | 0,8212 | 1,32 | 0,9066 | 1,72 | 0,9573 |
| 0,13 | 0,5517 | 0,53 | 0,7019 | 0,93 | 0,8238 | 1,33 | 0,9082 | 1,73 | 0,9582 |
| 0,14 | 0,5557 | 0,54 | 0,7054 | 0,94 | 0,8264 | 1,34 | 0,9099 | 1,74 | 0,9591 |
| 0,15 | 0,5596 | 0,55 | 0,7088 | 0,95 | 0,8289 | 1,35 | 0,9115 | 1,75 | 0,9599 |
| 0,16 | 0,5636 | 0,56 | 0,7123 | 0,96 | 0,8315 | 1,36 | 0,9131 | 1,76 | 0,9608 |
| 0,17 | 0,5675 | 0,57 | 0,7157 | 0,97 | 0,8340 | 1,37 | 0,9147 | 1,77 | 0,9616 |
| 0,18 | 0,5714 | 0,58 | 0,7190 | 0,98 | 0,8365 | 1,38 | 0,9162 | 1,78 | 0,9625 |
| 0,19 | 0,5753 | 0,59 | 0,7224 | 0,99 | 0,8389 | 1,39 | 0,9177 | 1,79 | 0,9633 |
| 0,2 | 0,5793 | 0,6 | 0,7257 | 1 | 0,8413 | 1,4 | 0,9192 | 1,8 | 0,9641 |
| 0,21 | 0,5832 | 0,61 | 0,7291 | 1,01 | 0,8438 | 1,41 | 0,9207 | 1,81 | 0,9649 |
| 0,22 | 0,5871 | 0,62 | 0,7324 | 1,02 | 0,8461 | 1,42 | 0,9222 | 1,82 | 0,9656 |
| 0,23 | 0,5910 | 0,63 | 0,7357 | 1,03 | 0,8485 | 1,43 | 0,9236 | 1,83 | 0,9664 |
| 0,24 | 0,5948 | 0,64 | 0,7389 | 1,04 | 0,8508 | 1,44 | 0,9251 | 1,84 | 0,9671 |
| 0,25 | 0,5987 | 0,65 | 0,7422 | 1,05 | 0,8531 | 1,45 | 0,9265 | 1,85 | 0,9678 |
| 0,26 | 0,6026 | 0,66 | 0,7454 | 1,06 | 0,8554 | 1,46 | 0,9279 | 1,86 | 0,9686 |
| 0,27 | 0,6064 | 0,67 | 0,7486 | 1,07 | 0,8577 | 1,47 | 0,9292 | 1,87 | 0,9693 |
| 0,28 | 0,6103 | 0,68 | 0,7517 | 1,08 | 0,8599 | 1,48 | 0,9306 | 1,88 | 0,9699 |
| 0,29 | 0,6141 | 0,69 | 0,7549 | 1,09 | 0,8621 | 1,49 | 0,9319 | 1,89 | 0,9706 |
| 0,3 | 0,6179 | 0,7 | 0,7580 | 1,1 | 0,8643 | 1,5 | 0,9332 | 1,9 | 0,9713 |
| 0,31 | 0,6217 | 0,71 | 0,7611 | 1,11 | 0,8665 | 1,51 | 0,9345 | 1,91 | 0,9719 |
| 0,32 | 0,6255 | 0,72 | 0,7642 | 1,12 | 0,8686 | 1,52 | 0,9357 | 1,92 | 0,9726 |
| 0,33 | 0,6293 | 0,73 | 0,7673 | 1,13 | 0,8708 | 1,53 | 0,9370 | 1,93 | 0,9732 |
| 0,34 | 0,6331 | 0,74 | 0,7704 | 1,14 | 0,8729 | 1,54 | 0,9382 | 1,94 | 0,9738 |
| 0,35 | 0,6368 | 0,75 | 0,7734 | 1,15 | 0,8749 | 1,55 | 0,9394 | 1,95 | 0,9744 |
| 0,36 | 0,6406 | 0,76 | 0,7764 | 1,16 | 0,8770 | 1,56 | 0,9406 | 1,96 | 0,9750 |
| 0,37 | 0,6443 | 0,77 | 0,7794 | 1,17 | 0,8790 | 1,57 | 0,9418 | 1,97 | 0,9756 |
| 0,38 | 0,6480 | 0,78 | 0,7823 | 1,18 | 0,8810 | 1,58 | 0,9429 | 1,98 | 0,9761 |
| 0,39 | 0,6517 | 0,79 | 0,7852 | 1,19 | 0,8830 | 1,59 | 0,9441 | 1,99 | 0,9767 |