

Próbny pisemny egzamin dyplomowy

na Uniwersytecie Wrocławskim

na kierunku matematyka

część II

specjalność nauczycielska

Kwiecień 2002

1. Rozwiązać równanie $y'' - 6y' + 8y = 0$ przy warunku początkowym $y(0) = 2, y'(0) = 6$.

2. Znaleźć wszystkie rozwiązania w liczbach całkowitych równania

$$2x + 9y = 10.$$

3. Uzasadnić, że jeśli $NWD(n, 10) = 1$, to $n^4 \equiv 1 \pmod{5}$.

4. Dla trójkąta o bokach $8, 4\sqrt{3}, 4$ wyznaczyć promień okręgu wpisanego i opisanego.

5. Podać takie symetrie osiowe S_1, S_2 , że złożenie S_2S_1 jest

(a) obrotem wokół punktu $(1, 2)$ o kąt 90° .

(b) przesunięciem o wektor $[2, 6]$.

6. Rozważmy parabolę o ognisku w punkcie $S = (0, 1)$ i kierownicy $y = -1$.

a) Dla jakiej wartości b punkt $A = (2, b)$ leży na tej paraboli?

b) Sprawdzić, że prosta będąca symetralną odcinka SA' , gdzie $A' = (2, 0)$, jest styczna do tej paraboli w punkcie A .

7. Obliczyć liczbę przekątnych dwunastościanu foremnego (uwaga: bez przekątnych ścian).

8. Automat produkuje nity, których długość powinna wynosić 15 mm. Automat pracuje jednak niedokładnie – odchylenie standardowe wyprodukowanego nitu wynosi 3 mm. Kontroler jakości sprawdził 25 nitów i stwierdził, że średnia (arytmetyczna) ich długości wyniosła 17 mm. Czy powinien zażądać uregulowania automatu, twierdząc iż produkuje on za długie nity?

Wskazówka. Można przyjąć, że odchylenie długości nitu od wartości nominalnej ma rozkład normalny a poziom istotności przy podejmowaniu decyzji wynosi 0.05.

Rozkład normalny; $\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t e^{-x^2/2} dx$

t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$
0	0,5000	0,4	0,6554	0,8	0,7881	1,2	0,8849	1,6	0,9452
0,01	0,5040	0,41	0,6591	0,81	0,7910	1,21	0,8869	1,61	0,9463
0,02	0,5080	0,42	0,6628	0,82	0,7939	1,22	0,8888	1,62	0,9474
0,03	0,5120	0,43	0,6664	0,83	0,7967	1,23	0,8907	1,63	0,9484
0,04	0,5160	0,44	0,6700	0,84	0,7995	1,24	0,8925	1,64	0,9495
0,05	0,5199	0,45	0,6736	0,85	0,8023	1,25	0,8944	1,65	0,9505
0,06	0,5239	0,46	0,6772	0,86	0,8051	1,26	0,8962	1,66	0,9515
0,07	0,5279	0,47	0,6808	0,87	0,8078	1,27	0,8980	1,67	0,9525
0,08	0,5319	0,48	0,6844	0,88	0,8106	1,28	0,8997	1,68	0,9535
0,09	0,5359	0,49	0,6879	0,89	0,8133	1,29	0,9015	1,69	0,9545
0,1	0,5398	0,5	0,6915	0,9	0,8159	1,3	0,9032	1,7	0,9554
0,11	0,5438	0,51	0,6950	0,91	0,8186	1,31	0,9049	1,71	0,9564
0,12	0,5478	0,52	0,6985	0,92	0,8212	1,32	0,9066	1,72	0,9573
0,13	0,5517	0,53	0,7019	0,93	0,8238	1,33	0,9082	1,73	0,9582
0,14	0,5557	0,54	0,7054	0,94	0,8264	1,34	0,9099	1,74	0,9591
0,15	0,5596	0,55	0,7088	0,95	0,8289	1,35	0,9115	1,75	0,9599
0,16	0,5636	0,56	0,7123	0,96	0,8315	1,36	0,9131	1,76	0,9608
0,17	0,5675	0,57	0,7157	0,97	0,8340	1,37	0,9147	1,77	0,9616
0,18	0,5714	0,58	0,7190	0,98	0,8365	1,38	0,9162	1,78	0,9625
0,19	0,5753	0,59	0,7224	0,99	0,8389	1,39	0,9177	1,79	0,9633
0,2	0,5793	0,6	0,7257	1	0,8413	1,4	0,9192	1,8	0,9641
0,21	0,5832	0,61	0,7291	1,01	0,8438	1,41	0,9207	1,81	0,9649
0,22	0,5871	0,62	0,7324	1,02	0,8461	1,42	0,9222	1,82	0,9656
0,23	0,5910	0,63	0,7357	1,03	0,8485	1,43	0,9236	1,83	0,9664
0,24	0,5948	0,64	0,7389	1,04	0,8508	1,44	0,9251	1,84	0,9671
0,25	0,5987	0,65	0,7422	1,05	0,8531	1,45	0,9265	1,85	0,9678
0,26	0,6026	0,66	0,7454	1,06	0,8554	1,46	0,9279	1,86	0,9686
0,27	0,6064	0,67	0,7486	1,07	0,8577	1,47	0,9292	1,87	0,9693
0,28	0,6103	0,68	0,7517	1,08	0,8599	1,48	0,9306	1,88	0,9699
0,29	0,6141	0,69	0,7549	1,09	0,8621	1,49	0,9319	1,89	0,9706
0,3	0,6179	0,7	0,7580	1,1	0,8643	1,5	0,9332	1,9	0,9713
0,31	0,6217	0,71	0,7611	1,11	0,8665	1,51	0,9345	1,91	0,9719
0,32	0,6255	0,72	0,7642	1,12	0,8686	1,52	0,9357	1,92	0,9726
0,33	0,6293	0,73	0,7673	1,13	0,8708	1,53	0,9370	1,93	0,9732
0,34	0,6331	0,74	0,7704	1,14	0,8729	1,54	0,9382	1,94	0,9738
0,35	0,6368	0,75	0,7734	1,15	0,8749	1,55	0,9394	1,95	0,9744
0,36	0,6406	0,76	0,7764	1,16	0,8770	1,56	0,9406	1,96	0,9750
0,37	0,6443	0,77	0,7794	1,17	0,8790	1,57	0,9418	1,97	0,9756
0,38	0,6480	0,78	0,7823	1,18	0,8810	1,58	0,9429	1,98	0,9761
0,39	0,6517	0,79	0,7852	1,19	0,8830	1,59	0,9441	1,99	0,9767