

Próbny pisemny egzamin dyplomowy

na Uniwersytecie Wrocławskim

na kierunku matematyka

część II

specjalność ekonomiczna

Kwiecień 2002

## Przykładowy zestaw zadań dla specjalności ekonomicznej

1. Fabryka rękawiczek "ABC" planuje uruchomienie linii produkcyjnej skórzanych rękawicze dla całej rodziny - męskich, damskich i dziecięcych. Każdy zatrudniony na stałe pracownik pracuje 40 godzin tygodniowo. Dodatkowo, na podstawie umowy ze związkami zawodowymi, liczba zatrudnionych na stałe pracowników nie może spaść poniżej 20. W fabryce mogą być zatrudnieni pracownicy czasowi na następujących, ustalonych ze związkami zawodowymi warunkach: (1) każdy pracownik zatrudniony czasowo pracuje 20 godzin tygodniowo, oraz (2) na każdego pracownika zatrudnionego czasowe w fabryce musi przypadać conajmniej 2 pracowników zatrudnionych na stałe.

Każdy typ rękawiczek produkowany jest ze 100% cielęcej skóry. Fabryka "ABC" posiada długoterminowy kontrakt z dostawcą skóry i otrzymuje 5 00 m<sup>2</sup> skóry tygodniowo. Zapotrzebowanie materiałowe oraz wymagany nakład pracy potrzebny do wyprodukowania jednej pary rękawiczek każdego rodzaju jak również *zysk brutto* (nie uwzględniający kosztów robocizny) ze sprzedaży jednej pary rękawiczek każdego rodzaju jest dany w następującej tabelce.

Rękawiczki	Wymagania materiałowe	Wymagany czas	Zysk brutto
Męskie	0.2 m <sup>2</sup>	30 minut	8 zł
Damskie	0.15 m <sup>2</sup>	45 minut	10 zł
Dziecięce	0.1 m <sup>2</sup>	40 minut	6 zł

Każdy pracownik zatrudniony na stałe zarabia 13 zł na godzinę, podczas gdy pracownik czasowy 10 zł na godzinę. Zarząd fabryki chce wiedzieć ile rękawiczek każdego rodzaju powinno być produkowanych tygodniowo, jak również chce wiedzieć ilu pracowników stałych, a ilu czasowych powinno być zatrudnionych. Ich celem jest zmasymalizowanie *zysku netto* (*zysk brutto* minus koszt robocizny).

Sformułuj zagadnienie programowania liniowego dla tak opisanego problemu.

**2** Rozwiąż następujące zagadnienie programowania liniowego:

$$x = (x_1, x_2) \geq 0;$$

$$x_1 - x_2 \leq 1$$

$$2x_1 - x_2 \leq 10$$

$$x_2 \leq 5$$

$$4x_1 + 3x_2 = \max.$$

**3** W modelu dyskretnym rezerwa kapitału dana jest wzorem  $R_n = u + n - \sum_{i=1}^n X_i$  a rozkład szkody jest dany przez niezależne zmienne losowe  $\{X_i, i \geq 1\}$  o rozkładzie  $P(X_i = k) = pq^k, k \geq 0$ , takim, że  $EX_i = \frac{1}{3}$ .

1. Oblicz współczynnik dostosowawczy  $\tilde{R}$ .
2. Oblicz prawdopodobieństwo ruiny przy kapitale początkowym  $u = 0$ .

**4** Rozwiązać równanie  $y'' - 6y' + 8y = 0$  przy warunku początkowym  $y(0) = 2, y'(0) = 6$ .

**5** Automat produkuje nity, których długość powinna wynosić 15 mm. Automat pracuje jednak niedokładnie – odchylenie standardowe wyprodukowanego nitu wynosi 3 mm. Kontroler jakości sprawdził 25 nitów i stwierdził, że średnia (arytmetyczna) ich długości wyniosła 17 mm. Czy powinien zażądać uregulowania automatu, twierdząc iż produkuje on za długie nity?  
Wskazówka. Można przyjąć, że odchylenie długości nitu od wartości nominalnej ma rozkład normalny a poziom istotności przy podejmowaniu decyzji wynosi 0.05.

Rozkład normalny;  $\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t e^{-x^2/2} dx$

$t$	$\Phi(t)$	$t$	$\Phi(t)$	$t$	$\Phi(t)$	$t$	$\Phi(t)$	$t$	$\Phi(t)$
0	0,5000	0,4	0,6554	0,8	0,7881	1,2	0,8849	1,6	0,9452
0,01	0,5040	0,41	0,6591	0,81	0,7910	1,21	0,8869	1,61	0,9463
0,02	0,5080	0,42	0,6628	0,82	0,7939	1,22	0,8888	1,62	0,9474
0,03	0,5120	0,43	0,6664	0,83	0,7967	1,23	0,8907	1,63	0,9484
0,04	0,5160	0,44	0,6700	0,84	0,7995	1,24	0,8925	1,64	0,9495
0,05	0,5199	0,45	0,6736	0,85	0,8023	1,25	0,8944	1,65	0,9505
0,06	0,5239	0,46	0,6772	0,86	0,8051	1,26	0,8962	1,66	0,9515
0,07	0,5279	0,47	0,6808	0,87	0,8078	1,27	0,8980	1,67	0,9525
0,08	0,5319	0,48	0,6844	0,88	0,8106	1,28	0,8997	1,68	0,9535
0,09	0,5359	0,49	0,6879	0,89	0,8133	1,29	0,9015	1,69	0,9545
0,1	0,5398	0,5	0,6915	0,9	0,8159	1,3	0,9032	1,7	0,9554
0,11	0,5438	0,51	0,6950	0,91	0,8186	1,31	0,9049	1,71	0,9564
0,12	0,5478	0,52	0,6985	0,92	0,8212	1,32	0,9066	1,72	0,9573
0,13	0,5517	0,53	0,7019	0,93	0,8238	1,33	0,9082	1,73	0,9582
0,14	0,5557	0,54	0,7054	0,94	0,8264	1,34	0,9099	1,74	0,9591
0,15	0,5596	0,55	0,7088	0,95	0,8289	1,35	0,9115	1,75	0,9599
0,16	0,5636	0,56	0,7123	0,96	0,8315	1,36	0,9131	1,76	0,9608
0,17	0,5675	0,57	0,7157	0,97	0,8340	1,37	0,9147	1,77	0,9616
0,18	0,5714	0,58	0,7190	0,98	0,8365	1,38	0,9162	1,78	0,9625
0,19	0,5753	0,59	0,7224	0,99	0,8389	1,39	0,9177	1,79	0,9633
0,2	0,5793	0,6	0,7257	1	0,8413	1,4	0,9192	1,8	0,9641
0,21	0,5832	0,61	0,7291	1,01	0,8438	1,41	0,9207	1,81	0,9649
0,22	0,5871	0,62	0,7324	1,02	0,8461	1,42	0,9222	1,82	0,9656
0,23	0,5910	0,63	0,7357	1,03	0,8485	1,43	0,9236	1,83	0,9664
0,24	0,5948	0,64	0,7389	1,04	0,8508	1,44	0,9251	1,84	0,9671
0,25	0,5987	0,65	0,7422	1,05	0,8531	1,45	0,9265	1,85	0,9678
0,26	0,6026	0,66	0,7454	1,06	0,8554	1,46	0,9279	1,86	0,9686
0,27	0,6064	0,67	0,7486	1,07	0,8577	1,47	0,9292	1,87	0,9693
0,28	0,6103	0,68	0,7517	1,08	0,8599	1,48	0,9306	1,88	0,9699
0,29	0,6141	0,69	0,7549	1,09	0,8621	1,49	0,9319	1,89	0,9706
0,3	0,6179	0,7	0,7580	1,1	0,8643	1,5	0,9332	1,9	0,9713
0,31	0,6217	0,71	0,7611	1,11	0,8665	1,51	0,9345	1,91	0,9719
0,32	0,6255	0,72	0,7642	1,12	0,8686	1,52	0,9357	1,92	0,9726
0,33	0,6293	0,73	0,7673	1,13	0,8708	1,53	0,9370	1,93	0,9732
0,34	0,6331	0,74	0,7704	1,14	0,8729	1,54	0,9382	1,94	0,9738
0,35	0,6368	0,75	0,7734	1,15	0,8749	1,55	0,9394	1,95	0,9744
0,36	0,6406	0,76	0,7764	1,16	0,8770	1,56	0,9406	1,96	0,9750
0,37	0,6443	0,77	0,7794	1,17	0,8790	1,57	0,9418	1,97	0,9756
0,38	0,6480	0,78	0,7823	1,18	0,8810	1,58	0,9429	1,98	0,9761
0,39	0,6517	0,79	0,7852	1,19	0,8830	1,59	0,9441	1,99	0,9767